

論文

アイスドームの定常クリープ変位算定式

粉川 牧¹⁾

要 旨

既往のスパン 10 m～30 m 級アイスドームのフィールド実験におけるクリープ変形過程を検討し、崩壊までの変形-時間曲線は大略、時間の経過に対して、I 変位がほぼ直線的に増大する区間、即ち定常的クリープ過程と、II その後から崩壊までの変位が加速的に増大する区間、即ち加速的クリープ過程の二つの過程から成ることを示した。このうち、本論文では定常的区間におけるクリープ変形の算定式を提案した。算定式の誘導は、①水をニュートン粘性体と仮定しさらにクリープ材料の不変量理論とシェルの膜理論を適用して、球形アイスドームの鉛直変位式を導き、②その変位式において未定パラメータである水の粘性係数を既往の 10 m～30 m 級アイスドームのフィールド実験で得られたクリープ変位測定値を用いて評価するという方法によった。その結果、粘性係数の平均値は約 $3500 \text{ kgf cm}^{-2} \text{ day}$ であった。以上により、アイスドームの定常クリープ過程における鉛直変位の実用式を示した。

キーワード：アイスドーム、フィールド実験、クリープ変形、粘性係数、構造設計法

Key words: ice dome, field experiment, creep deflection, viscosity, structural design method

1. はじめに

寒さ厳しく雪が多い北海道の内陸部において、水を材料とする薄肉の曲面板構造、‘アイスシェル’が冬季限定の簡易建築構造物として使用されている (Kokawa, 2005)。その建設方法は袋状二重平面膜と網目状カバーロープからなる型枠空気膜に散雪散水するというもので、安価で平易に且つ迅速にアイスシェルを施工し、そして構造理論上、圧縮膜応力伝達機構が支配するその構造体は氷の材料特性と適合して高い力学的性能を有することから、大きな空間を薄い氷板で覆うことを可能にしている (Kokawa, 1985)。これらのことは、近年実施したフィールド実験において、スパン 20～30 m 級の巨大アイスドームが正味 1 週間以内で建設施工され且つ安定した構造クリープ挙動を示した (粉川ら, 2002; 粉川, 2002) ことで、その一端が実証されている。スパン 30 m 級のアイスシェルを冬の建築構造物として使用することを目

指して 1980 年代に始められた当研究 (粉川・平沢, 1983) は、北海道のフィールドを舞台とする冬の実自然環境のなかで、実大モデルの構造工学的実験と建築構造物としての適用を繰り返し行なうという実証的手法に基づき進められ、今日尚、その研究開発は途上にある。この様な実践的研究を通して、アイスシェルは短い工期、安価な建設コスト、高い力学性能、独特な空間造形、環境にやさしい、など数々の点を特長とする氷構造物であることが如実に示され、今日では、厳寒多雪地域における冬のアクティビティーに対応できる実用的な氷構造物であることが認知されている。しかし、建築構造物として使用されているアイスシェルは今のところ、スパン 15 m 以下の中小規模のものに限られ、前述のようにスパン 20 m 級以上の大規模アイスドームはフィールド実験による検討はあるものの建築構造物として長期間の使用実績は未だなく、その適用実施には設計・施工・維持管理に係わる様々な構造工学的検討の積み重ねを今後も必要としている。

¹⁾ 北海道東海大学芸術工学部

その中の一つに、研究当初から重要視され、今日なお継続して行われているアイスシェルのクリープに対する構造安全性の検討がある。その検討は、気象条件（気温、湿度、日射、風、雪）や荷重（雪）条件が時間的に変化する冬の野外環境の中で、スパン 10 m から 30 m 級までの様々な規模を有する実大アイスドームのフィールド実験（Kokawa, 1985, 1988；粉川・村上, 1986；粉川ら, 2002；粉川, 2002）を実施することによって行われてきた。

このようにして徐々にそのクリープ性状の基本的理解が進む現在、アイスシェルの構造設計手法の構築が望まれている。実際、現行のアイスシェルの設計では、当該シェルの弾性応力解析における最大圧縮膜応力を 1 kgf cm^{-2} 以下に収めるという応力規定が設けられている（Kokawa *et al.*, 2000）。これは、アイスシェルの施工において散雪散水工法で生成される氷は圧縮で 40 kgf cm^{-2} 程度の短期強度を見込め（粉川・平沢, 1983）、このようにして設計されるアイスシェルは強度的に十分な余裕があるとの判断によるものである。しかし、既往のフィールド実験によると、構造体の氷は融点近傍の温度環境下におかれ、非常にクリープし易くなることから、たとえ応力が小さくてもアイスシェルは時間の経過と共に変形が増大し、そしてその後さらに加速進行して結局崩壊に至る、というクリープ過程を経ることが実験の事実として明らかにされている。従って、アイスシェルの構造挙動は時間に依存する力学現象であることを認識し、現行のようにただ単に応力に対する規定でなく、構造安全性を判断する指標として時間と共に進行する変形や歪に許容値を設定して、より合理的な設計方法を構築する必要がある。

そこで、本報告では、この許容変形（歪）量に基づく構造設計手法の構築に関わり、その端緒としてアイスドームのクリープ変形量を求める簡易式を提案する。即ち、既往の 10 m～30 m 級実大アイスドームのクリープ実験結果を吟味検討し、時間の経過につれて変位がほぼ直線的に増大すると見なせる区間におけるクリープ変形量の算定式を提案する。そのために、まず、氷をニュートン粘性体と仮定しさらにクリープ材料の不変量理論とシェルの膜理論を適用して、球形アイスドーム

頂点の長期鉛直変位式を導く。そして、その変位式において未定パラメータである氷の粘性係数を既往の 10 m～30 m 級アイスドームにおけるクリープ変位測定値に基づいて評価し、アイスドーム中央部の長期鉛直変位を求める実用式を得た。

2. 実大アイスドームのフィールド実験結果

袋状二重平面膜と網目状カバーロープからなる型枠空気膜に散雪散水して大きな氷の曲面板をつくるという方法が 1980 年代の初めに考案され（Kokawa, 1985）；それまで架空の氷構造物でしかなかったアイスシェルは現実存在する氷構造物となった。この建設方法は寒さ、雪と水といった自然材料の他、散水装置、除雪機、送風機、膜・ロープなどの機材があれば、アイスシェルを建設することができる。一方、春の訪れと共に構造体の氷は融けて大地に戻ることから使用後における構造物の廃棄問題は発生せず、アイスシェルは環境にやさしい構造物であると言える。このような特長を踏まえて、実大モデルの試作実験とそのクリープ実験を含むフィールド実験が北海道の冬の野外環境下において容易に実施可能となった。以下では、既往のスパン 10 m, 15 m, 20 m, 30 m 級^注の実大アイスドームのフィールド実験結果の概略を示す。いずれも本構法によってアイスドームを試作した後、クリープ変位の長期間自動測定と崩壊時の目視観測を実施して実環境下におけるアイスドームの構造クリープ挙動を実大モデルによって検討している。

2.1 スパン 10 m 級モデル（Kokawa, 1985）

概要：実験は北海道東海大学旭川校舎内で行われ、本構法を初めて適用してスパン 10 m 級アイスドームを建設した。カバーロープの網目パターンは 2 方向グリッドを採用し、その間隔は約 1 m とした。1984 年 1 月上旬に試作し、1 月 20 日～3 月 20 日まで、除雪機で拾った雪をドーム上に載荷した状態でクリープ変位を測定した。そして変位測定終了後、崩壊までを目視で観察した。この実験によって、本構法の施工合理性とアイスシェルの力学的合理性が確認され、その手法は後に実

注）本論文におけるスパン 10（15, 20, 30）m 級は、型枠として用いる円形 2 重平面膜の直径 10（15, 20, 30）m に由来する。

施された様々な規模を有する実大アイスドームのフィールド実験に基本的に踏襲された。

建設終了時のドーム諸元：ドーム下部を除いて、計 21 ケ所のグリッド交点の 3 次元座標値を実測した。それによるとドーム中央点の高さは 222 cm と計測され、現在造られている高さが 300 cm 程度の 10 m 級ドームと比べると形状は扁平である。ドーム形状を球形と仮定し、計測値に最小二乗法を適用したところ、その曲率半径は 765 cm と算定された。高さと曲率半径から計算すると、その底面直径は 1000 cm を越え 1078 cm となり形状の整合性に矛盾が生ずるが、後の検討で必要とされる半開角の値としては計算値 44.8° を用いる。氷厚測定は 29 ケ所で行なわれ、その平均氷厚は 12.5 cm であった。又、氷密度は、実測で平均 0.85 g cm^{-3} であった。

温度測定：自動測定期間中の外気温、内気温、氷温を図 1-a に示す。この期間中、ドームの出入口は原則として閉じられた状態にあり、雪の断熱効果により外気温の変動に比べ、氷温と内気温の変動は小さく、両者はほぼ同一の値を示している。測定開始から 3 月 3 日まで、日最高気温が 0°C を超えない真冬日状態が続き、氷温度は $-5 \sim -2^\circ\text{C}$ の範囲を推移した。3 月 3 日に暖気が入り、外気温はプラスを示した。その後 3 月 7 日まで、日最高気温が 0°C を超える日が断続的に続いた。このプラス気温は 3 月 12 日以降になると頻繁に現れ、この外気温上昇にあわせて、氷温は徐々に上昇傾向を示し、融点 0°C に近づいているのが分かる。

変位測定：図 1-b に変位測定箇所を示す。測定点数は計 19 点で、そのうち 15 点 (測定点番号 0~14) は鉛直方向、4 点 (15~18) はドーム下部における法線方向の変位測定点を表している。鉛直変位の測定方法は図 1-c に示される「吊り下げ法」を採用した。図 1-d に頂点近傍 4 点 (測定番号 0~3, 図 1-b 参照) の鉛直変位-時間曲線を示す。氷温度が 0°C に向けて上昇する 3 月 5 日あたりから、変位の加速増大傾向が見られる。それまでの変位は時間の経過に対して、ほぼ直線的に増大する、いわゆる定常的増大傾向が見られる。この定常的増大期における一日あたりのドーム頂部における鉛直変位量は 2.2 mm day^{-1} と評価された。

崩壊までの目視観察：崩壊前の大変形が目視された。場所は頂点近傍で、崩壊直前において完成時の形状から約 100 cm 以上の落ち込み、が観察された。

雪荷重：図 1-e に期間中に測定した雪荷重を示す。後の検討で用いられる雪荷重評価として分布は一樣、その大きさは期間中における平均値と見なし、 110 kgf m^{-2} とした。

2.2 スパン 15 m 級モデル (Kokawa, 1988)

概要：実験は北海道東海大学旭川校舎内で行われた。1985 年 1 月に試作されたスパン 20 m 級アイスドームは、稚拙な散雪技術に起因して材料と形状に関する不整を生じたためドームの力学的性能は大きく低下し、そのクリープ変形は測定当初から加速的増大傾向を示した (粉川・村上, 1986)。このことを教訓に、質のよい氷をつくるために 1 回あたりの散雪厚を 1 cm 以下にする、という施工基準が設けられた。この基準に基づいて、1986 年 1 月 11 日~13 日にスパン 15 m 級アイスドームの建設実験を行なった。その時使用したカバーロープの網目パターンは 2 方向グリッドでその間隔は約 1.65 m であった。完成後、自然の積雪状態でクリープ実験を実施した。1 月 21 日から 3 月 20 日まで、「吊り下げ法」によって変位の自動測定を行なった他、 π 型変位計を用いて、歪測定を試みた。自動測定を終了した後、崩壊までのクリープ挙動を目視で観察し、崩壊前の大変形を確認した。

建設終了時のドーム諸元：スパン 10 m 級アイスドームの実験とほぼ同様にしてドーム形状の測定を行なった。実測の結果、ドーム中央点の高さは 313 cm、底面直径は 1370 cm であった。これより、ドーム形状を部分球面と仮定するとその曲率半径は 986 cm、半開角は 44° と算定された。現行の 15 m ドーム (高さはおよそ 4.5 m) に比べて扁平である。30 ケ所以上について氷厚を測定した結果、その平均氷厚は 14.5 cm (図 2-b 参照) であった。

温度測定：図 2-a に示される様に、2 月 28 日から 3 月 2 日にかけてデータロガーにトラブルが発生したため温度及び変位の計測が不能となったが、前後の繋がりからこの期間の氷温はほぼ -0°C に近づいていたと推測される。3 月 2 日から平均気温が -10°C 程度の日が 3 日間続き、氷温は

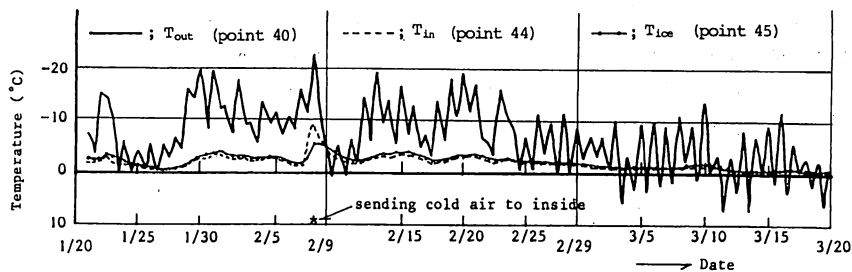


図 1-a 温度-時間 (10 m モデル) T_{out} : 外気温, T_{in} : ドーム内部気温, T_{ice} : 氷温度

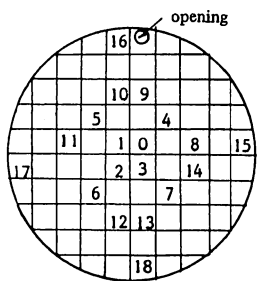


図 1-b 変位測定点番号

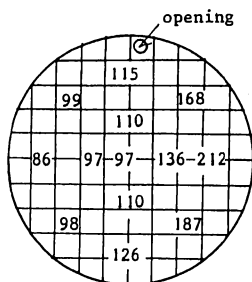


図 1-e 雪荷重 (kg m^{-2}) 測定値 (2/11)

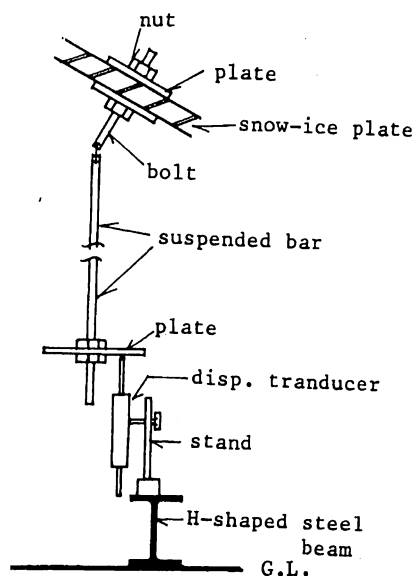


図 1-c '吊り下げ法' による鉛直変位測定

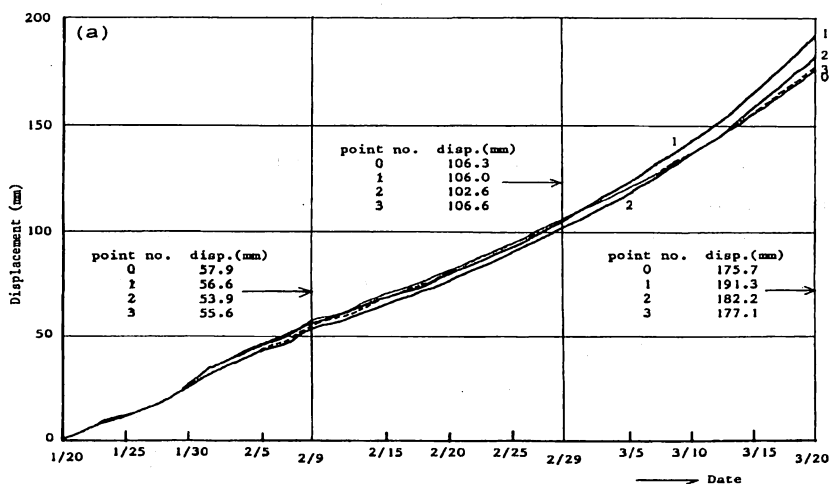


図 1-d 鉛直変位 (中央点近傍, 測定点番号 0~3)-時間

図 1 10 m 級モデル

-5°C くらいまで低下した。3 月 11 日以降、プラスの外気温が断続的に見られ、内気温と氷温度は -2°C から徐々に上昇し 0°C に近づいている。

変位・歪測定: 変位 30 点 (図 2-c 参照) と歪 10 点 (図 2-d 参照) の自動測定を行なった。図 2-e に変位-時間曲線を示す。測定トラブルが発生した 2 月 28 日の以前において、変位は時間の経過に対してほぼ直線的に増大する、いわゆる定常的増大傾向が見られる。この定常的増大期における一日あたりのドーム頂部における鉛直変位量は 1.5 mm day^{-1} と算定された。日平均気温が 0°C に向かって上昇を始める 3 月 4 日以降は、変位に加速的増大傾向が見られる。 π 型変位計を用いた歪測定から、図 2-d を参照して、アイスドーム曲面を形成する多数の膨らみ曲面の境界部分において、境界線に平行な方向の圧縮歪 (図 2-d 中、31, 35, 37) は 2 月 28 日の時点で 0.3%、直交する方向 (同図中、32, 36, 38) では小さな曲げ歪が発生していることが示された。Mellor and Cole (1983) による多結晶氷の一軸圧縮クリープ試験における歪量は少なくとも 10% 程度が認められており、アイスシェルにおいて生成される氷においても同様な歪量が実験的に確かめられるとすれば、適切な許容歪 (あるいは許容変位) を導入して、アイスシェルの圧縮歪がその許容歪に達するまでの時間を評価して、クリープに対する構造安全性を判断する設計手法、所謂、許容歪法が考えられる。しかしながら、その許容歪を具体的に何%にすべきかを決めることは、現状では難しく、今後の課題として残されている。

目視観察による崩壊挙動: 3 月 20 日以降崩壊の 4 月 3 日まで、プラスの外気温が連日長時間続き、氷温度は限りなく 0°C に近づき、融氷が急速に進んだため氷の劣化が著しく進行した。その期間中、ドーム中央部のクリープ変形が増大し、崩壊直前には、その窪みはおよそ 2 m に及んだ。

雪荷重: ドーム上の 9 ケ所について測定期間中計 5 回実測した。その結果に基づき平均雪荷重を 20 kgf m^{-2} と仮定した。

2.3 スパン 20 m 級モデル (粉川ら, 2002)

実験概要: 1999 年と 2000 年の冬にトマムにおいて、2 年続けてスパン 20 m 級アイスドームのフィールド実験が行なわれた。この内、以下では

2000 年の実験結果について述べる。建設実験は 2 月上旬に行われた。図 3-a を参照して、カバーロープの網目パターンは 5 角形と 6 角形からなるジオデシック・トリアコン分割 8 次に基づいて決定し、このとき加工上の理由から節点間距離を全て同じにし、その長さを 1.5 m とした。クリープ実験は 2 月 17 日～3 月 27 日、鉛直変位と温度について長時間測定を行った。変位測定点数は 21、温度は外気温 1 点、ドーム内部気温 2 点、氷温度 2 点とした。図 3-c に温度と変位の測定位置をそれぞれ示す。

建設終了時におけるドーム形状: 実測の結果、底面直径は 1720 cm、雪面から頂点までの高さは 645 cm であった。ドームの曲面を球面と仮定すると、これより、その曲率半径は 1040 cm、半開角は 55.8° と算定された。氷厚の実測値は、ドーム頂部で平均 12.5 cm、中腹部で 17.9 cm、ドーム下部で 18.4 cm、ドーム全体で 17.9 cm (図 3-b 参照) であった。

温度・変位測定: 図 3-d に温度-時間曲線を示す。一方、頂点近傍の変位-時間曲線は図 3-e に示されている。3 月 4 日正午あたりから外気温は 5°C まで急上昇しプラス状態がその前後を含めて約 2 日間続いた。そのため、室温 (T_{in}) と氷温 (T_{ice}) がほぼ 0°C に達し、ドームの内外表面が融けたため測定点の固定ボルトが緩み、変位測定にトラブルが発生した。3 月 3 日～6 日の 3 日間に及ぶ暖気によって、構造体の融氷は進行したが、初期劣化であったためその程度は小さく、3 月 7 日以後におけるクリープ挙動は安定を回復した。これより、3 月 3 日～6 日の 3 日間を除けば、クリープ変位は測定期間中、定常的増大傾向を示し、ドーム中央部のクリープ変位は 3.0 mm day^{-1} と評価した。

崩壊性状: 図 3-f に示すように、3 月 28 日以降、外気温は頻繁にプラスとなる。3 月 29 日～3 月 30 日、暖気と強い日射で一気に劣化は進みドーム南面に大きな落ち込みが発生した。崩壊前のクリープ大変形を写真 (図 3-g) に示す。崩壊後の氷の破片を観察すると、薄く雪化し強度を持たない「ザラメ状」であった。

雪荷重の評価: クリープ計測期間中、ドームに作用する雪荷重を知る手がかりとして、ドームから離れた地点において積雪深計測を行った。その

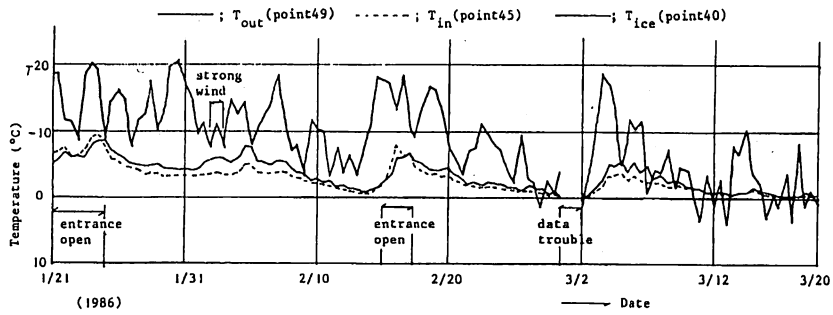


図 2-a 温度-時間

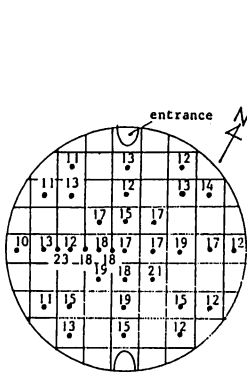


図 2-b 氷厚測定値 (cm)

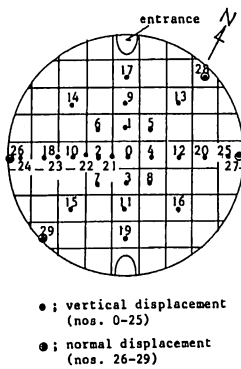


図 2-c 変位測定点番号

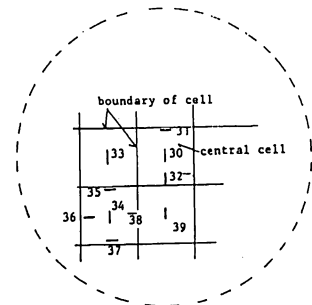


図 2-d 歪測定点番号

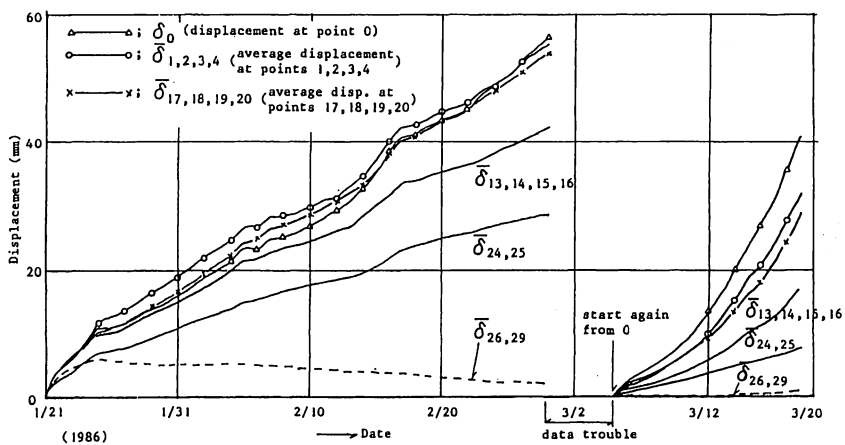


図 2-e 変位-時間

図 2 15m 級モデル

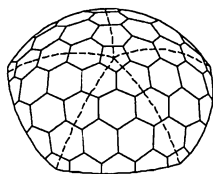


図 3-a 網目パターン

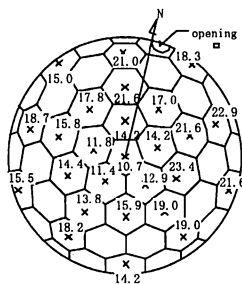


図 3-b 氷厚測定値 (cm)

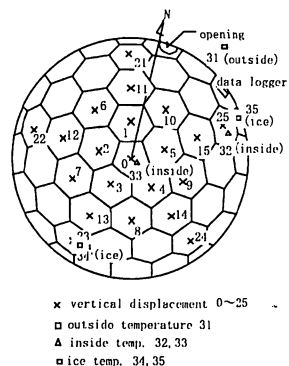


図 3-c 変位・温度測定点番号

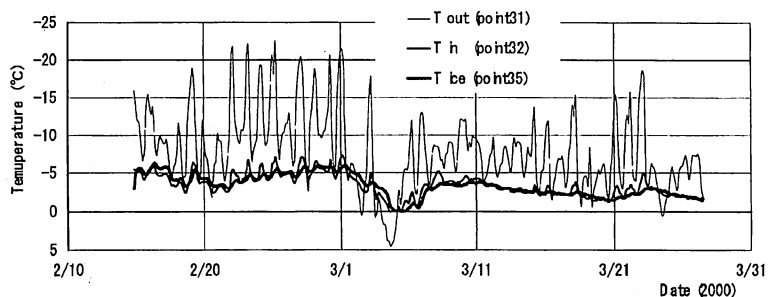


図 3-d 温度-時間

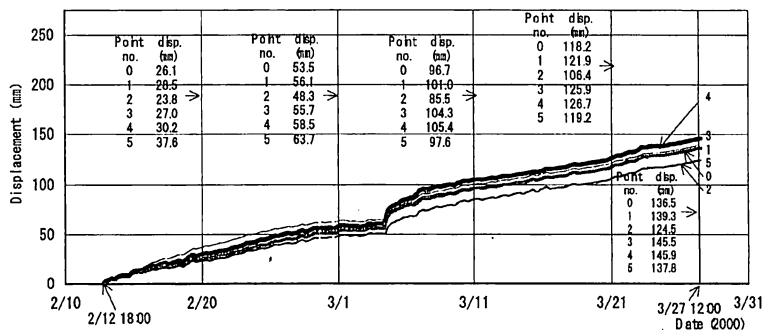


図 3-e 変位 ($\delta_0 \sim \delta_5$)-時間

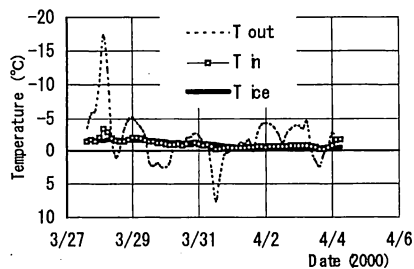


図 3-f 崩壊前の温度-時間曲線



図 3-g 崩壊前の大変形 (4月3日午後)

図 3 20 m 級モデル

結果、期間中の積雪深の増加はおよそ 20 cm であった。雪の比重を 0.2 と見積もると、風による吹き溜まりを考慮しても、ドームに作用する期間中の平均雪荷重: 20 kgf m^{-2} は構造体自重に比べて十分に小さく、クリープ挙動に与える影響は小さいと思われた。

2.4 スパン 30 m 級モデル (粉川, 2002)

実験概要: 2001 年 2 月上旬, トナムにおいてスパン 30 m 級アイスドームの建設実験が行なわれた。図 4-a に示される様に、カバーロープの網目パターンは全て 3 角形からなり、ジオデシック・トリアコン分割 8 次を基本にして形状が決定された。基礎リング施工に 2 日、散雪散水作業に 4 日、膜片付けに 1 日、正味計 1 週間で建設を終了した。クリープ実験は 2 月 17 日～3 月 24 日、鉛直変位と温度について長時間測定を行った。図 4-b に示される様に、変位測定点数はドーム上部 5 点、温度は外気温 1 点、ドーム内部気温 2 点、氷温度 3 点であった。

建設終了時におけるドーム形状: ドームの形状は実測によって、底面直径で 2504 cm、雪面から頂点までの高さは 921 cm であった。ドームの曲面を球面と仮定すると、これより、その曲率半径は 1400 cm、半開角は 63.4° と算定された。板厚実測値は、ドーム頂部で 22～26 cm、中腹部とドーム下部で西面(風上側) 25～30 cm、東面 22～27 cm でドーム全体の板厚は 25 cm と算定された。

温度測定: 出入り口は開状態にして実施した。図 4-c に温度-時間曲線を示す。これより、3 月 14 以降に外気温がプラスとなり、この頃から、氷温度は -5°C から 0°C に向かって徐々に上昇しているのが示された。

変位測定: 図 4-d に示すようにクリープ変位-時間曲線は極めて大きな変動を示している。これは(粉川, 2002)で詳述したように、使用した変位計(ポテンショ式変位変換器)の測定誤差によるものであったが、この測定期間中のクリープ変位は定常的増大傾向にあると見なし、測定結果に最小二乗法を適用し直線近似を行ったところ、変位速度: 6.5 mm day^{-1} を得た。

崩壊性状: 3 月 24 日から崩壊の 4 月 10 日まで、測定器を外して目視観察を行った。氷温度はほぼ 0°C で推移し、4 月 2 日以降になると外気温

はプラスとなることが多く、日射も一段と強くなった。この頃からドームの融氷は音を出して、急激に進み、氷は雪化するが、ドームのゆがみは目視では認められなかった。崩壊は急激に生じ、その破片は「ザラメ状」で強度のない氷であった。

雪荷重の評価: 実験地点における積雪深の計測は行われなかったので、具体的に評価することは困難であるが、ドームに作用する雪荷重を実験場所に最も近接する地点(占冠)のアメダスデータより推測してみる。それによると、2001 年 2 月 16 日から同年 3 月 24 日までの積雪深の増加は 17 cm で比重を 0.2 と見積もると、その計測期間中の最大雪荷重は 34 kgf m^{-2} となるが、後述する氷の粘性係数の算出において用いる雪荷重は期間中の時間的平均荷重で評価されるべきことから、本論文ではその半分の値 17 kgf m^{-2} を与えている。

2.5 アイスドームの変位-時間曲線のモデル化

既述したように、各モデルのフィールド実験において構造体の氷温度は $0^\circ\text{C} \sim -5^\circ\text{C}$ の範囲にある。このような融点近傍の氷点下における氷は粘性流動的な性質を強く示すことから、応力が時間的に変化しなくてもアイスドームの変形は時間とともに増大する。したがって、アイスドームの構造設計において、現行の応力に対する規定だけでなく、時間と共に進行する変位(歪)も考慮した、より合理的な考え方が導入されなければならない。前節で示したフィールド実験結果を吟味・検討し、破壊までのクリープ挙動を含めたアイスドームの変位と時間の関係を要約すると、①真冬日が続く厳冬期間中のクリープ変形は時間の経過につれてほぼ直線的に増大する(定常的クリープ)、②春先の気温上昇や日射量増大によって融氷が生じシェル南面の劣化が進行する頃から、クリープ変形は時間の経過と共に加速しながら増大する(加速的クリープ)、③崩壊は日平均気温がプラスに転じて数日後に発生し、④③の崩壊において、氷の劣化がそれほど進行していない場合は崩壊前に目視で分かる局所的大変形を伴う、となる。このことから、アイスドームの変位-時間曲線は模式的に図 5 のよう描けるものと思われる。即ち、時間の経過に対して、I 変位がほぼ直線的に増大する区間、即ち定常的クリープ過程と、II その後から崩壊まで変位が加速的に増大する区

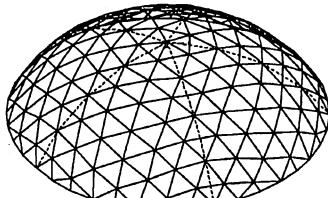


図 4-a 網目パターン

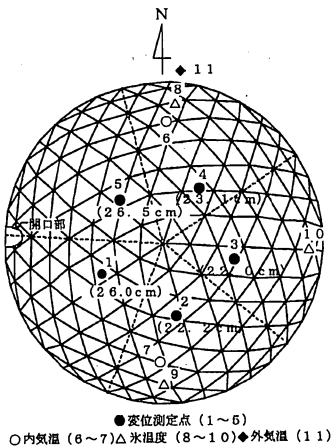


図 4-b 変位・温度測定点番号

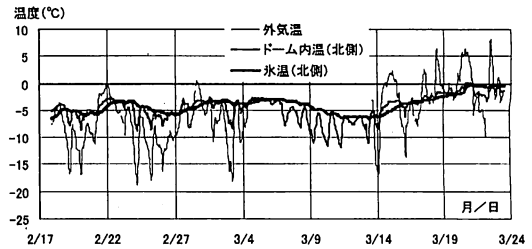


図 4-c 温度-時間曲線 (2/17~3/23)

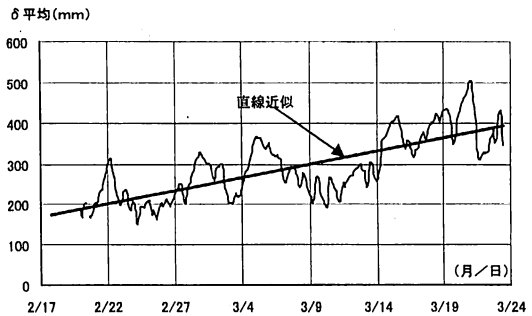


図 4-d 変位曲線の直線近似

図 4 30 m 級モデル

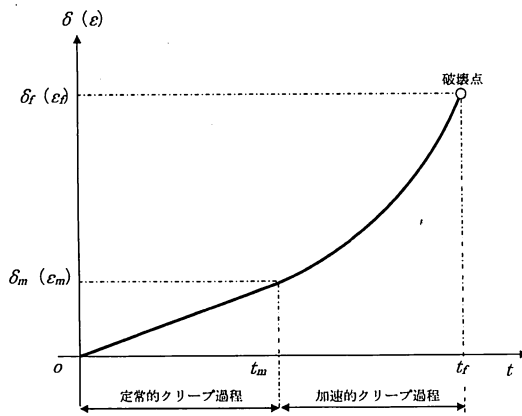


図 5 アイスドームの変形 (歪)-時間曲線モデル

間、即ち加速的クリープ過程の二つの過程から構成されている。このモデル化は、一定応力、一定温度下における材料クリープ試験で示される歪-時間曲線のうち、弾性過程と Transient (過渡) クリープ過程を省いた Secondary (定常)-Tertiary (加速) のクリープ過程と現象的に符号する。許容変位 (歪) 設計法の構築に不可欠な図中の δ_m

(ε_m) や δ_f (ε_f) の定量的評価が今後の課題として残されているが、ここでは端緒として、アイスドームの定常的増大期に於けるクリープ変位量の評価式を次章で提案する。

3. アイスドームのクリープ変位算定式

アイスドームの定常的クリープ過程に於ける変位式を導く。そのため、まず、アイスドームの曲面形状を部分球面と見なす。これは、実際には、その建設施工における型枠空気膜の形状と同じくアイスドームの曲面形状は、ある基本曲面上に多数の規則的な膨らみが重なる「複脹曲面」とでも言うべき極めて複雑な曲面形状である、現行の施工では氷厚を設計通りに造ることは技術的に難しくその分布は大きくばらついている、ことなどからその構造形状モデルの数値化は極めて困難で、コンピュータの使用を前提とした有限要素法による構造解析法の適用は好ましくない。そこで、ここでは、既に膜理論解が得られている部分球形シェルをアイスドームの形状モデルとして仮設

し、当該問題の解決を試みた。まず、氷をニュートン粘性体と仮定しさらにクリープ材料の不変量理論 (Odquist and Hult, 1967) とシェルの膜理論 (Timoshenko and Woinowsky-Krieger, 1959) を適用して、球形アイスドームの鉛直変位式を導く。そして、その変位式において未定パラメータである氷の粘性係数を既往の 10 m~30 m 級アイスドームのフィールド実験におけるクリープ変位測定値に基づいて評価し、アイスドーム中央部における鉛直変位の算定式を導いた。

3.1 氷のクリープモデル

本散雪散水工法で生成される氷は密度 0.85 gcm^{-3} 程度の人工多結晶氷で、分類上、T1 Snow Ice (Michel, 1978) に属している。前章で述べたように、実大モデルの応力レベルはいずれも 1 kgfcm^{-2} 以下に収まり、アイスドームの自重下における強度上の問題はほとんどない。しかし、一方で、この氷は融点近傍の氷点下、 $0^\circ\text{C} \sim -5^\circ\text{C}$ におかれるため、クリープしやすく、構造物のクリープ変形性能を適切に評価することが設計上、重要課題となる。しかし、アイスシェルにおける氷は現在までのところ、他の氷や雪、即ち氷 (例えば Jacka, 1984; Mellor and Cole, 1983)、海水 (例えば Tinawi and Murat, 1978)、スプレーアイス (例えば Shields *et al.*, 1989) そして雪 (例えば Shapiro *et al.*, 1997) のようにクリープ研究の対象になく、材料クリープ試験による研究蓄積は皆無である。そこで、ここでは、氷のクリープモデルとして、単軸定常クリープにおいて歪速度と応力が線形関係にあるニュートン粘性体を仮定する。

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon} \quad (1)$$

ここに、 σ : 一軸応力、 $\dot{\epsilon}$: 軸歪速度、 η : 粘性係数。なお、粘性係数は、本来、氷温度の関数として扱わなければならないが (例えば、アレニウス式 Arrhenius equation)、ここでは、実験結果の制約上、氷温が $0^\circ\text{C} \sim -5^\circ\text{C}$ における平均化した粘性係数と考えて、一定値を与えることにした。この粘性係数を、既往アイスドームのフィールド実験で得られているクリープ変位測定値に基づき求める。

3.2 クリープ変形の膜理論解

図 6 に示す球形ドームの自重型荷重下における

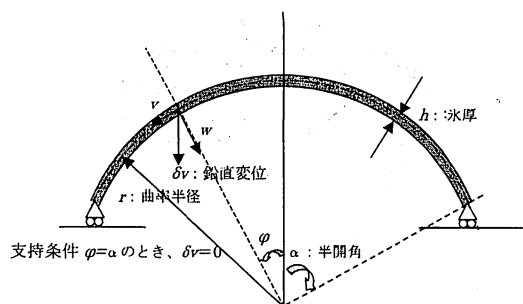


図 6 球形ドームの形状パラメータ

膜応力は次式で与えられる (Timoshenko and Woinowsky-Krieger, 1959)。

$$\begin{aligned} \sigma_\varphi &= -\frac{qr}{h(1+\cos\varphi)} \\ \sigma_\theta &= -\frac{qr}{h} \left(\cos\varphi - \frac{1}{1+\cos\varphi} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

σ_φ : 経線方向応力、 σ_θ : 緯線方向応力、
 r : シェル曲率半径、 φ : 頂点からの角度、
 q : 自重型荷重、 h : 氷厚。

ここに、自重型荷重とは、シェルの単位面積当たりの重さが q (=一定) の荷重を言う。例えば、積載荷重が零で自重のみの場合、材料の密度を ρ とすると、 $q = \rho h$ で与えられる。この場合、単位断面積当たりの膜応力は、氷厚に関係なく定まる。そして、以下に示すように、クリープ材料の不変量理論 (ポアソン比=0.5 に相当) とシェルの膜理論を適用して、球形アイスドームの頂点における鉛直変位式 (9) を得る。

まず、歪と変位の関係式は式 (3) で与えられる。

$$\begin{aligned} \epsilon_\varphi &= \frac{1}{r} \left(\frac{dv}{d\varphi} - w \right) \\ \epsilon_\theta &= \frac{1}{r} (v \cot\varphi - w) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 w : 法線方向変位、 v : 経線方向変位 (図 6 参照)、 ϵ_θ : 緯線方向歪、 ϵ_φ : 経線方向歪。

一方、歪速度と応力の関係式は、不変量理論 (Odquist and Hult, 1967) を適用して、式 (4) で示される。

$$\begin{aligned} \eta \dot{\epsilon}_\varphi &= \sigma_\varphi - 0.5 \sigma_\theta \\ \eta \dot{\epsilon}_\theta &= \sigma_\theta - 0.5 \sigma_\varphi \end{aligned} \quad (4)$$

式(3)において w を消去し, さらに式(2)と式(4)を用いて, 結局, $\dot{v}$ に関する 1 階常微分方程式(5)を得る.

$$\frac{d\dot{v}}{d\varphi} - \dot{v} \cot \varphi = \frac{1.5qr^2}{\eta h} \left(\cos \varphi - \frac{2}{1 + \cos \varphi} \right) \quad (5)$$

この解は, 式(6)で表わされる.

$$\dot{v} = \frac{1.5qr^2}{\eta h} \sin \varphi \left\{ \log(1 + \cos \varphi) - \frac{1}{1 + \cos \varphi} \right\} + C \sin \varphi \quad (6)$$

ここに, C は積分定数で, $\varphi = \alpha$ で, 鉛直変位: $\delta_v = 0$ (あるいは $\dot{\delta}_v = 0$) の境界条件を用いて, 次のようにして求められる. $\dot{\delta}_v$ を $\dot{w}$, $\dot{v}$ で表わすと,

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_v &= \dot{w} \cos \varphi + \dot{v} \sin \varphi = (\dot{v} \cot \varphi - r \dot{\epsilon}_\theta) \cos \varphi + \dot{v} \sin \varphi \\ &= \frac{1}{\sin \varphi} \dot{v} - \frac{r}{\eta} \cos \varphi (\sigma_\theta - 0.5 \sigma_\varphi) \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)に式(6), 式(2)を代入すると,

$$\dot{\delta}_v = \frac{qr^2}{\eta h} \left\{ 1.5 \log(1 + \cos \varphi) + \cos^2 \varphi - 1.5 \right\} + C$$

ここで, $\varphi = \alpha$ において, $\dot{\delta}_v = 0$ より C を決定し, 結局, 式(8)が得られる.

$$\dot{\delta}_v = \frac{qr^2}{\eta h} \left\{ (\cos^2 \varphi - \cos^2 \alpha) + 1.5 \log \left(\frac{1 + \cos \varphi}{1 + \cos \alpha} \right) \right\} \quad (8)$$

従って, 頂点に鉛直変位は $\varphi = 0$ とおいて式(9)で与えられる.

$$\dot{\delta}_{v0} = \frac{qr^2}{\eta h} \left\{ (1 - \cos^2 \alpha) + 1.5 \log \left(\frac{2}{1 + \cos \alpha} \right) \right\} \quad (9)$$

3.3 粘性係数の評価

実験値と式(9)より未知パラメータの粘性係数を計算した結果を表1に示す. これより, 15 m モデルにおける粘性係数: $4534 \text{ kgf cm}^{-2} \text{ day}$ は他のモデルで算出された値に比べて突出している. その理由は今のところ明らかではないが, ここでは実用式として安全側になるように, この値を省いた残り 3 つモデルの平均値で粘性係数を評価する. その値: $3527 \text{ kgf cm}^{-2} \text{ day}$ を丸めて $3500 \text{ kgf cm}^{-2} \text{ day}$ として式(9)に代入し, アイスドーム頂部の 1 日あたりの鉛直クリープ変位を算定する実用式(10)を得た.

$$\dot{\delta}_{v0} = \frac{qr^2}{3500h} \left\{ (1 - \cos^2 \alpha) + 1.5 \log \left(\frac{2}{1 + \cos \alpha} \right) \right\} \quad (10)$$

式(10)は, アイスドームの形状パラメータである曲率半径 r (cm), 氷厚 h (cm), 半開角 α (°) と自重型荷重の大きさ q (kgf cm^{-2}) を与えると, 容易に計算出来る. ちなみに, 底面直径 40 m, 高さ 12.35 m の規模を有する球形アイスドームの自重下における頂点のクリープ変位は, 式(5)に $r = 22.37 \text{ m}$ ($= 2237 \text{ cm}$), $\alpha = 63.4^\circ$, $q/h = \rho = 0.85 \text{ gf cm}^{-3}$ ($= 0.85 \times 10^{-3} \text{ kgf cm}^{-3}$) を与えて 15.5 mm day^{-1} ($= 1.55 \text{ cm day}^{-1}$) と予測される.

4. おわりに

既往のスパン 10 m ~ 30 m 級アイスドームのフィールド実験におけるクリープ変形過程を検討し, 崩壊までの変形-時間曲線は大略, 定常的クリープ過程と加速的クリープ過程の二つの過程から成ることを示した. このうち, 本論文では定常的区間におけるクリープ変形の算定式を提案した. 算定式の誘導は, ①水をニュートン粘性体と仮定しさらにクリープ材料の不変量理論とシェルの膜理論を適用して, 球形アイスドームの鉛直変位式を導き, ②その変位式において未定パラメー

表 1 粘性係数の評価

モデル規模	曲率半径	氷厚	半開角	自重	雪荷重	全荷重	頂点応力度	クリープ変形	粘性係数
(m)	r (cm)	h (cm)	α (°)	(kgf m^{-2})	(kgf m^{-2})	q (kgf m^{-2})	σ (kgf cm^{-2})	δ_v (mm day ⁻¹)	η ($\text{kgf cm}^{-2} \text{ day}$)
10	765	12.5	44.8	106	110	216	0.66	2.2	3364
15	986	14.5	44.0	123	20	143	0.49	1.5	4534
20	1040	17.9	55.8	152	20	172	0.50	3.0	3654
30	1400	25	63.4	213	17	230	0.64	6.5	3563

タである氷の粘性係数を既往の 10 m~30 m 級アイスドームのフィールド実験で得られたクリープ変位測定値を用いて評価するという方法によった。本研究の目指すところは変位や歪に許容値を設定する, 所謂, 許容変位法あるいは許容歪法に基づくアイスドーム構造設計法の構築にあり, 本簡易式の提示はその構築に向けた第一歩として意味があるものと思われる。

文 献

- Jacka, T.H., 1984: The time and strain required for development of minimum strain rates in ice. *Cold Regions Science and Technology*, 8, 261-268.
- Kokawa, T., 1985: Experimental studies on ice shell in Asahikawa. *Cold Regions Science and Technology*, 11, 150-170.
- Kokawa, T., 1988: Construction and creep test of 15 m span ice dome. *Proceeding of IAHR Ice Symposium in Sapporo*, 390-399.
- 粉川 牧, 2002: スパン 30 m アイスドーム建設の試み. *雪氷*, 64, 469-476.
- Kokawa, T., 2005: State of the art development in ice shell construction. *Proceeding of 17th Canadian Hydrotechnical Conference (CD-ROM)*, Edmonton, 973-982.
- 粉川 牧・平沢 勇, 1983: Ice Shell Structure の研究, 第 1 報 短時間加力による Ice Dome の力学的性状. 北海道東海大学芸術工学部紀要 3・4 合併号, 77-85.
- 粉川 牧・村上賢二, 1986: スパン 20 m アイスドーム建設の試み. *雪氷*, 48, 67-73.
- Kokawa, T., Watanabe, K. and Itoh, O., 2000: Ice shell-recent application to winter architecture. *Proc. 10th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Seattle, ISOPE*, 1, 716-721.
- 粉川 牧・伊藤 修・渡辺 大, 2002: スパン 20m アイスドームの建設実験とクリープ測定. *雪氷*, 64, 59-68.
- Mellor, M. and Cole, D.M., 1983: Stress/strain/time relations for ice under uniaxial compression. *Cold Regions Science and Technology*, 6, 207-230.
- Michel, B., 1978: *Ice mechanics*. Les Presses De L'Universite Laval, Quebec, 72-73.
- Odqvist and Hult (村上澄男訳), 1967: クリープ強さの理論. 培風館, 309pp.
- Shapiro, L.H., Johnson, J.B., Sturm, M. and Blaisdell, G.L., 1997: *Snow mechanics, review of the state of knowledge and applications*. CRREL REPORT 97-3, 35pp.
- Shields, D.H., Domashuk, L., Funegard, E., Kjartansson, B.H. and Azizi, F., 1989: Comparing the creep behaviour of spray ice and polycrystalline freshwater ice. *Eighth International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, The Hague, March 19-23, 235-245.
- Timoshenko, S.P. and Woinosky-Krieger, S., 1959: *Theory of plates and shells*. McGraw-Hill, London, 2nd ed. 436-447.
- Tinawi, R. and Murat, J.-R., 1978: Sea ice-flexural creep. *Proceedings of International Association of Hydraulic Research (IAHR) International Symposium on Ice Problem*, Lulea, Sweden, August 7-9, Part 1, 49-75.

Simplified formula for stationary creep deflection of ice dome

Tsutomu KOKAWA¹⁾

*1) School of Art and Technology, Hokkaido Tokai University,
Kamuicho Chuwa 224, Asahikawa, 070-8601*

Abstract: Based on field experiments on ice domes spanning 10~30 m carried out in the past, the creep deflection-time curve is approximately given by connecting two lines; one line belongs to the stationary stage in which the deflection is initially a linear function of time and the other line belongs to the accelerating stage in which the deflection rate increases with time up to failure. This paper proposes a simplified formula for computing the creep deflection at the stationary stage. The derivation of the formula is as follows: Assuming ice to be a Newtonian fluid and using the invariant theory for the creep material and the membrane theory for a thin shell, the vertical deflection on the top is derived analytically. The evaluation of the viscosity of the ice is based on the creep deflection obtained from the field experiments on ice domes. As a result, the average viscosity is computed to be approximately 3500 kgf cm⁻² day. In particular, the simplified formula satisfactorily predicts the creep deformation of ice domes when the ice temperature is in the range of 0 to -5°C.

(2007 年 1 月 11 日受付, 2007 年 3 月 5 日改訂受付, 2007 年 4 月 2 日再改稿受付, 2007 年 4 月 7 日受理,
討論期限 2008 年 1 月 15 日)