

論文

湖水板上のアイスドーム建設に関する研究

(その2) リング荷重を受ける氷板のクリープ性状

粉川 牧¹⁾

要 旨

湖水板上にアイスドームを建設する場合、湖水板は長期のリング荷重を受ける。このとき、湖水板の力学的安全性が問題となる。同名論文(その1)で示された解析解に基づき、底面直径が20 mのアイスドーム(総荷重100 t)適用を想定した氷板のクリープ解析を行った。その建設日数を4日、氷板厚を100 cm、氷の材料定数として(Jellinek and Brill)の実験値を用いて数値計算を実施したところ、ドーム完成時に生ずる氷板の最大曲げ応力は弾性解の約40%程度に低められ、その値は 1.74 kg/cm^2 と小さく、さらに完成後の荷重一定状態において応力は減少し続けるなど、氷板は強度的に十分安全であることが予測された。一方、変位は完成直前に板厚の約1/10に達しFloodingが生ずるものの、その水位上昇速度は2~3 cm/日と自然寒気による凍結が可能で、緩慢なFloodingは逆に氷板の力学的性能を高めることが期待された。本解析結果より、湖水板上において20 mアイスドームの建設期間を含めた2~3ヶ月間の実施適用は可能と思われる。

キーワード：アイスドーム、湖水板、長期リング荷重、クリープ解析、応力緩和、フラッディング

Key words: Ice Dome, Lake-ice plate, Long-term ring load, Viscoelastic analysis, Stress relaxation, Flooding

1. はじめに

冬、結氷した湖水板上にアイスドームを建設し、そのドームをある種の簡易施設として使用する場合、湖水板は2~3ヶ月にわたる長期のリング荷重を受ける。このとき氷板のクリープに対する力学的安全性が問題となる。同名論文(その1)(粉川, 2004)(以下では論文(その1)と略記)では、この問題の理論的解明を計るために、ドーム建設中は時間に関して直線的に増加し完成後は一定となるリング荷重と氷の粘弾性モデルを線形Maxwell流体モデルと仮定し、無限平板の弾性解に対応原理を適用して、氷板のクリープ解析法を展開した。その結果、時間とともに変化する氷板の応力、変位の解析解を級数閉形解の形で与えた。

本論文では、20 mアイスドームの実施適用に

関わる氷板の力学的諸問題を明らかにすることを目的として、論文(その1)で示されたクリープ解析解を用いて、その建設日数を4日、総リング荷重として100 t、氷板厚を100 cm、氷の材料定数として(Jellinek and Brill, 1956)の実験値を用いて数値計算を実行し、氷板のクリープ性状を理論解析的に検討している。

2. 解析結果

2.1 解析諸元

論文(その1)で導出された氷板のクリープ解析解、即ち論文(その1)の式(7)、(8)及び3.3.2項、3.4.2項に下記に示す解析諸元を代入して数値計算を行い、底面直径20 mのアイスドームを支える氷板のクリープ性状を解析的に検討した。なお、本論文に於ける変数名の表記は原則的に論文(その1)のそれと同一としている。

リング半径： $a = 10 \text{ m}$ 、総リング荷重： $P_l =$

1) 北海道東海大学芸術工学部

〒070-8601 旭川市神居町忠和224

100 t (アイスドーム自重+雪氷基礎リング重量+雪荷重を考慮し, 均して 318.3 kg/m^2 の水平投影荷重に相当), 建設日数: $t_0 = 4$ 日, 湖水密度: $k = 1 \text{ g/cm}^3$, 湖水板厚: $h = 100 \text{ cm}$, 湖水の粘弾性モデルは Maxwell 流体とし, その材料定数は論文 (その1) の 2.2 で示したように, Jellinek & Brill の実験平均値より得られるヤング率: $E_M = 28.50 \text{ t/cm}^2$, 粘性係数: $\eta_M = 4.16 \text{ t/cm}^2 \cdot \text{日}$ をそれぞれ用いる.

2.2 弾性解による集中荷重とリング荷重の応力性状比較

リング荷重を受ける氷板の力学的性状を知る第一歩として, まず, リング荷重 (リング半径: $a = 10 \text{ m}$, 総リング荷重: $P_l = 100 \text{ t}$) と集中荷重 (リング半径: $a = 0.5 \text{ m}$, 総リング荷重: $P_l = 20 \text{ t}$) について, 弾性解 (但し, ポアソン比: $\nu = 0.5$) を求め, 曲げ応力: σ_r, σ_t に関する性状比較を行う. ここに, σ_r, σ_t は論文 (その1) の式 (1) で与えられる弾性曲げモーメント: M_r (半径方向曲げモーメント), M_t (周方向曲げモーメント) を単位幅あたりの断面係数: $h^2/6$ で除した値で, (Kerr and Palmer, 1972) が指摘した実状 (温度勾配により, 氷板の厚さ方向のヤング率は一定とはならない) とは異なるものの, ここでは氷板の上下面における縁曲げ応力を表しているものと見做して以下議論を進める. 図 1a より, 集中荷重の場合, リング内部にはほぼ一様で最大の σ_r, σ_t が生じ, 荷重領域から離れるに従って減少するが, σ_t は σ_r よりも緩やかな減少を示す. 一方, 図 1b より, リング荷重の場合は荷重直下 ($r = 10 \text{ m}$) における σ_r が最大曲げ応力とな

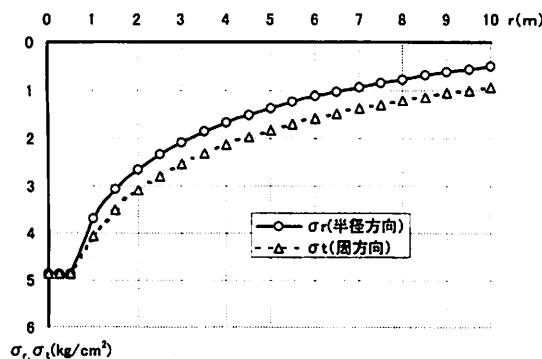


図 1a 集中荷重 ($a = 0.5 \text{ m}$, $P_l = 20 \text{ t}$) の曲げ応力.

り, リング内部 ($r < a = 10 \text{ m}$) においては $\sigma_r > \sigma_t$, リング外部 ($r > a = 10 \text{ m}$) において, σ_t は σ_r に比べ減少の程度が小さく, 途中で大小が逆転し, $\sigma_t > \sigma_r$ となる. 以上より, リング荷重の場合の初期破壊性状は, 集中荷重の場合 (Gold, 1971; Hutter, 1978) の放射状曲げ亀裂に対し, 荷重直下の氷板下部にリングに沿った曲げ亀裂の発生が予想される.

2.3 クリープ解の精度

論文 (その1) の式 (7), (8) 及び 3.3.2 項, 3.4.2 項で示されているクリープ解を用いて数値計算する場合, 式中の $m = n$ と l の採用項数が解の精度に影響する. ここでは, 時間的に $t \leq 8$ 日, 空間的に $r \leq 20 \text{ m}$ の範囲において検討した結果を示す. まず, l を固定して, $m = n = N$ の項数を変化させた場合, N を 2 まで ($N_{\max} = 2$) 採用すれば精度上の問題はないことが分かった. このことを具体的に $t = t_0 = 4$ 日, $r = 10 \text{ m}$, 即ち, ドーム完成時のリング荷重直下における鉛直変位: w , 曲げ応力: σ_r, σ_t の計算結果を表 1 に示す.

次に, N_{\max} を固定 ($= 2$) し, l の項数を変化させた. 論文 (その1) の式 (7), (8) 及び 3.3.2 項, 3.4.2 項において, μl (ここに, $\mu = E_M/\eta_M$) が增大するにつれて収束に必要な項数も増える.

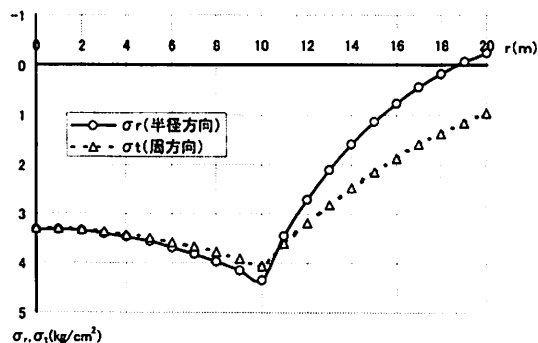


図 1b リング荷重 ($a = 10 \text{ m}$, $P_l = 100 \text{ t}$) の曲げ応力.

表 1 N_{\max} の影響 ($t = t_0 = 4$ 日, $r = 10 \text{ m}$, $l_{\max} = 35$).

N_{\max}	$w(\text{cm})$	$\sigma_r(\text{kg/cm}^2)$	$\sigma_t(\text{kg/cm}^2)$
1	10.180	1.7378	1.2951
2	10.181	1.7398	1.2966
3	10.181	1.7398	1.2966

ここでは、最も収束が悪い $t = 8$ 日、 $r = 10$ m における鉛直変位: w , 半径方向曲げ応力: σ_r , 周方向曲げ応力: σ_t の収束状況を表2に示す。表2より、 $l_{max} = 80$ ではほぼ完全に収束していることが分かる。以上の検討結果に基づき、 $t \leq 8$ 日、 $r \leq 20$ m におけるクリープ解析では、 $N_{max} = 2$, l_{max} については75以下の項数を l に応じて適宜設定して、収束を確かめながら数値計算を実施した。

2.4 建設開始から完成直後までのクリープ応力

建設開始からアイスドーム完成を経て、8日間における曲げ応力挙動を検討する。曲げ応力の時間的変化を図2a-dに示す。図2a-dより、完成時、即ち、 $t = t_0$ ($= 4$ 日) において、曲げ応力は最大となり、その値はリング荷重直下 ($r = 10$ m) において、 $\sigma_r = 1.74 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_t = 1.30 \text{ kg/cm}^2$ に達するが、これらの大きさは2.2で得た弾性解 ($\sigma_r = 4.28 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_t = 4.09 \text{ kg/cm}^2$) の、それぞれ41%, 32%に過ぎず、大幅な応力低下が見られる。氷板のクリープに対する破壊条件は未だ明らかではないが (Frederking (compiled), 1979), 短期曲げ強度として 10 kg/cm^2 程度を期

表2 l_{max} の影響 ($t = 8$ 日, $t_0 = 4$ 日, $r = 10$ m, $N_{max} = 2$)。

l_{max}	$w(\text{cm})$	$\sigma_r(\text{kg/cm}^2)$	$\sigma_t(\text{kg/cm}^2)$
45	11.549	0.9300	0.4925
55	12.673	1.1701	0.6418
65	12.877	1.2141	0.6696
75	12.892	1.2173	0.6717
80	12.892	1.2173	0.6717

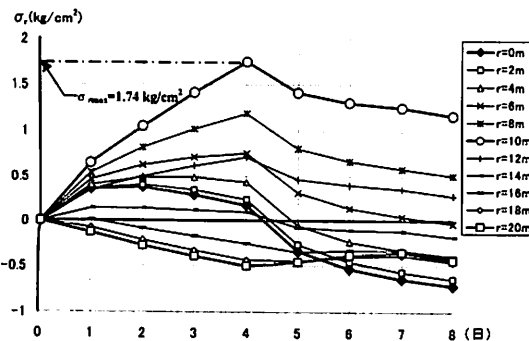


図2a 曲げ応力 (σ_r) - 時間曲線 ($t_0 = 4$ 日, $t = 0 \sim 8$ 日)。

待できる氷板であれば (本田ら, 1996), 今回の解析結果で得られた応力状態に対して強度上の問題は全くないと思われる。図3はさらに、ステップ荷重を受ける氷板の応力低下率の時間的変化を集中荷重の場合と比較したものも示し、これ

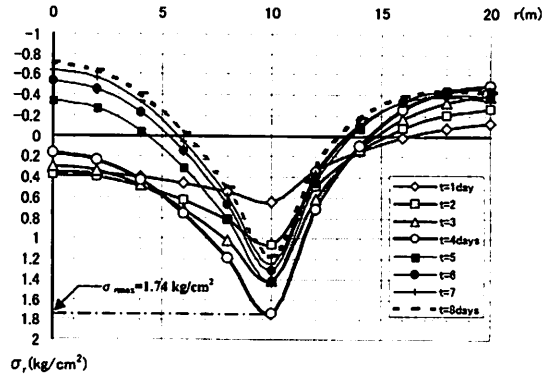


図2b 曲げ応力 (σ_t) 曲線の時間的変化 ($t_0 = 4$ 日, $t = 0 \sim 8$ 日)。

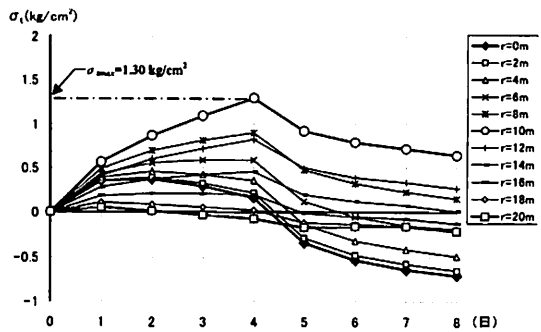


図2c 曲げ応力 (σ_t) - 時間曲線 ($t_0 = 4$ 日, $t = 0 \sim 8$ 日)。

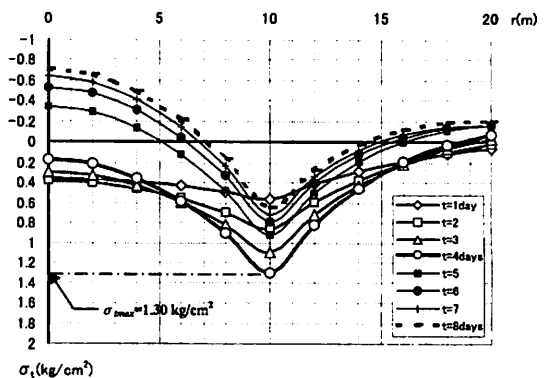
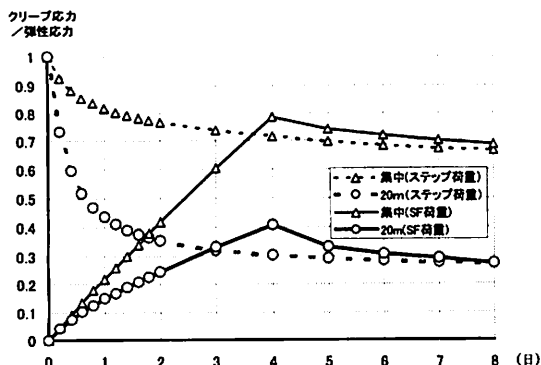


図2d 曲げ応力 (σ_t) 曲線の時間的変化 ($t_0 = 4$ 日, $t = 0 \sim 8$ 日)。

図3 応力緩和 (σ_r).

よりリング荷重の場合はクリープ変位の増大に伴う浮力が集中荷重の場合に比べて極めて大きく、その応力緩和が短時間のうちに急激に進むことを示している。これらのことから、リング荷重の場合、この応力低下を積極的に考慮して湖水板の設計を合理的に行うべきであると思われる。図2b, 2dに示すように、建設開始から早くも1日後から、氷板中央部は見かけの板剛性が低下し、浮力増大に伴う面外上向きの力が板剛性の影響を上回り、氷板上表面が引張りとなる曲げモーメント増分が現れる。この傾向はドーム完成後の一定荷重下の応力緩和状態において一層加速され、 $t = 8$ 日の氷板中央部 ($r = 0$ m) は、 $\sigma_r = \sigma_t = -0.64 \text{ kg/cm}^2$ となる。図2a, 2cに示すように、リング荷重直下 ($r = 10$ m) における曲げ応力はドーム完成後の一定荷重下において減少が始めるが、これはクリープ変位増大に比例する浮力を受けるため、 σ_r よりも σ_t の方がその減少の割合は大きい。この様に、リング荷重の場合、集中荷重の場合に比較して、浮力による氷板応力の低下及びその分布形状の変化は時間経過に対し極めて著しいことが示された。

2.5 アイスドーム完成時におけるクリープ解の弾性近似

まず、氷の構成式を Maxwell 流体とし、ステップ荷重を受けた時のクリープ解、即ち、indicial admittance の $t = 0$ における値はポアソン比 0.5 として 2.2 で示した弾性解と完全に一致することを確認した。さて、論文(その1)の図6で示された SF 荷重時刻関数を受ける氷板のクリープ応力は、2.4 で示した様に、 $t = t_0$ 、即ち、ドーム完

成時に最大となり、その値は建設日数 t_0 を増すにつれて小さくなる性質がある。これは、クリープ進行中、変位に比例する浮力が増大し氷板への荷重負荷が相対的に減少するためと解釈できる。あるいは、氷板の見かけの弾性係数が時間の経過とともに低下するとしてこの現象を理解することも出来る。この $t = t_0$ におけるクリープ解は氷板の構造安全性を判断する際の重要な手がかりの一つを与えるものと思われる。そこで、単軸クリープ試験において応力増分一定とした場合の見掛けの弾性係数: E' (式(1-a))を多少修正し、等価弾性係数を式(1-b)で与えて弾性解を求め、クリープ解との比較を $t_0 = 3, 4, 5$ 日の場合について行った。その結果、表3に示されるように、両者の曲げ応力、鉛直変位はほぼ一致し、ドーム完成時における変位とクリープ過程に生ずるクリープ応力の最大値を直接クリープ解析によらずとも、弾性解を用いて近似的に求めることが可能となった。

$$E' = \frac{1}{\left(\frac{1}{E_M} + \frac{1}{2\eta_M} t \right)} \dots\dots\dots (1-a)$$

$$E_{eq} = \frac{1}{\left(\frac{1}{E_M} + \frac{1}{\kappa\eta_M} t \right)}, \quad \kappa = 1.35 \dots\dots\dots (1-b)$$

$t_0 = 4$ 日としたときの曲げ応力の最大値は $\sigma_{rmax} = M_{rmax}/(h^2/6) = 1.74 \text{ kg/cm}^2$ であることから、応力的に氷の粘弾性モデルは線形仮定が成立する範囲にある (Bromer and Kingery, 1968)。氷の曲げ強度は氷の結晶構造、密度、温度、試験方法など様々な影響を受け、バラツキも大きいことが知られているが、ここでは無理なく期待できる曲げ強度として 10 kg/cm^2 を仮定すると (本田ら, 1996)、 σ_{rmax} はその 1/5 以下で、破壊の引き金になる曲げ亀裂発生の可能性も極めて低く且つそのクリープ性状は韌性的で安定しているものと思われる。なお、集中荷重のクリープ問題は、未だ十分に解明されていないものの (Kerr and Frankenstein, 1986)、比較的短時間におけるクリープ破壊についていくつかの既往実験例がある。(Gold, 1971) は Assur のクリープ実験結果

表 3 $t = t_0$ におけるクリープ解の弾性近似 (曲げ応力: σ_r , σ_t , 鉛直変位: w).

t_0 (建設日数)	σ_r, σ_t (kg/cm ²), w (cm)	クリープ解	弾性近似解	弾性近似解 /クリープ解
3	σ_r (kg/cm ²): $r=10\text{m}$	1.880	1.879	0.999
	σ_t (kg/cm ²): $r=10\text{m}$	1.461	1.453	0.995
	w (cm): $r=10\text{m}$	9.626	9.898	1.028
	w (cm): $r=0\text{m}$	11.81	11.89	1.007
4	σ_r (kg/cm ²): $r=10\text{m}$	1.741	1.750	1.005
	σ_t (kg/cm ²): $r=10\text{m}$	1.298	1.302	1.003
	w (cm): $r=10\text{m}$	10.19	10.45	1.026
	w (cm): $r=0\text{m}$	12.46	12.37	0.993
5	σ_r (kg/cm ²): $r=10\text{m}$	1.646	1.659	1.008
	σ_t (kg/cm ²): $r=10\text{m}$	1.184	1.196	1.010
	w (cm): $r=10\text{m}$	10.62	10.89	1.025
	w (cm): $r=0\text{m}$	12.90	12.66	0.981

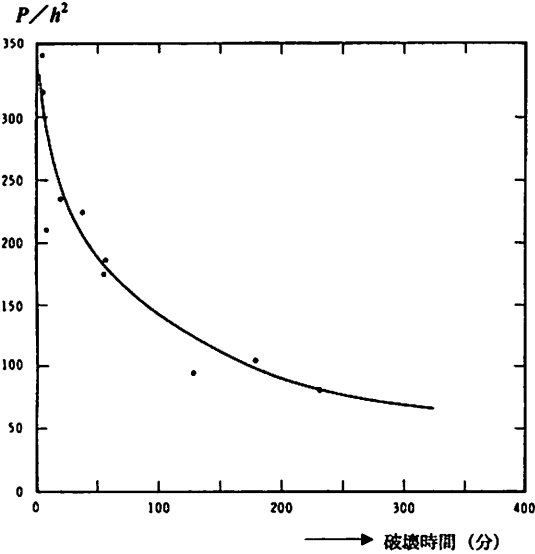


図 4a Assur の実験結果 (Gold, 1971).

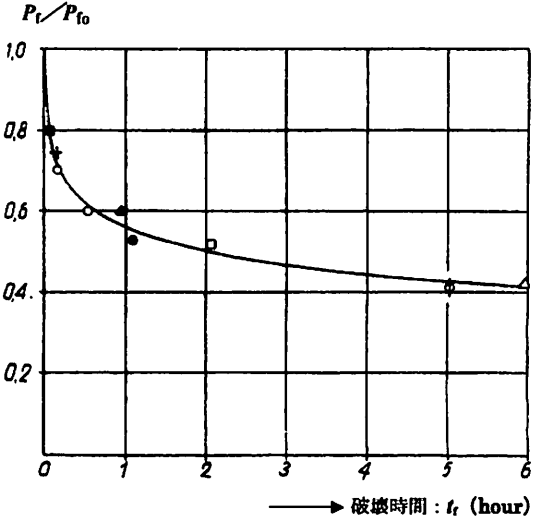


図 4b Panfilov の実験結果 (Panfilov, 1961).

(図 4 a 参照) から 2 時間以上の载荷時間の場合, P は $50 h^2$ より小さくすべきであることを推奨している. ここに, P は载荷力で単位 lb, h は氷板厚で単位は inch である. ちなみに, この式は $h = 100 \text{ cm}$ としたとき, $P = 35.2 \text{ t}$ を与え, このとき, 弾性解の σ_{max} は $E = 28.50 \text{ t/cm}^2$, ポアソン比 $= 0.5$, $a = 0.5 \text{ m}$ に対して, 8.57 kg/cm^2 となり, 20 m ドーム建設における氷板の最大曲げ応力 1.74 kg/cm^2 に比べてかなりの高応力レベルにある. 図 4 b (Panfilov, 1961) は P_f/P_{f0} (P_{f0} : 破壊までの経過時間 t_f が 0 のときの実験破壊荷

重) - t_f (破壊までの時間) の関係を実験的に求め, $P_f/P_{f0} = 0.6$ のとき $t_f = 30 \text{ 分}$, $P_f/P_{f0} = 0.5$ に対して $t_f = 2 \text{ 時間}$, $P_f/P_{f0} = 0.4$ のとき, $t_f = 6 \text{ 時間}$ といった結果を示している. しかし, 脆性的で僅かな欠陥に敏感な氷板の破壊荷重 P_{f0} の決定はバラつきが大きいと推測され, P_{f0} の評価そのものに問題が残る. 図 4 c (大島ら, 1997) は, Panfilov の実験結果より 1 割から 3 割安全側で, 短期载荷時における耐荷力の 5 割以下の荷重, 即ち, 曲げ応力の最大値が 5 kg/cm^2 に対応する荷重であれば, 少なくとも 2 日間程度は安全である

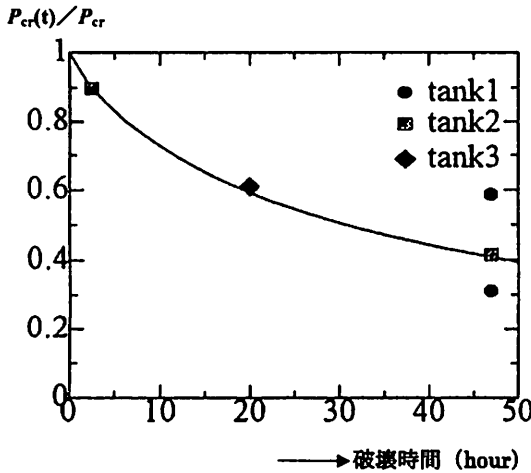


図4c 大島らの実験結果 (大島ら, 1997).

ことを示した。が、この場合も、短期載荷力： P_{cr} (図4cにおける縦軸の分母)の決め方に問題が残る。なお、数ヶ月という極めて長期間の使用を前提としたアイスプラットフォームの場合、弾性最大曲げ応力を $356 \text{ kpa} (= 3.63 \text{ kg/cm}^2)$ として2～3ヶ月の使用に対し、十分な安全性を確保している (Masterson *et al.*, 1979)。

2.6 Flooding 問題

図5a,bに $t=8$ 日までの変位の時間的变化を示す。これによれば、建設開始からの経過日数： t が3日と4日の間に氷板中心部の鉛直変位は10 cm (板厚の1/10)に達し、氷板の上表面に水がしみ出る、所謂 Flooding が発生する可能性を示唆している。北米では、氷板上に駐車してこの現象が生じたとき、車を移動することが推奨されている (CRREL, 1996)。この判断方法、即ち、Freeboard を越えない範囲で氷板を使用するという基準は、安全性を十二分に確保できる極めて簡単で有効な方法である (Frederking and Gold, 1976)。又、Flooding が発生した後の、氷板の載荷力低下については (Kerr, 1986; 本田他, 1996) による解析的検討が行われ、荷重負荷の増加量の目安を与えている。本解析結果は建設中に Flooding が発生することを示し、上記の Freeboard 基準を守るためには氷板の厚さをさらにかなり増さねばならないが、これは現実的な対応として無理がある。たとえ氷の粘性係数が当該粘性係数よりも大きく見込むことが出来たとして

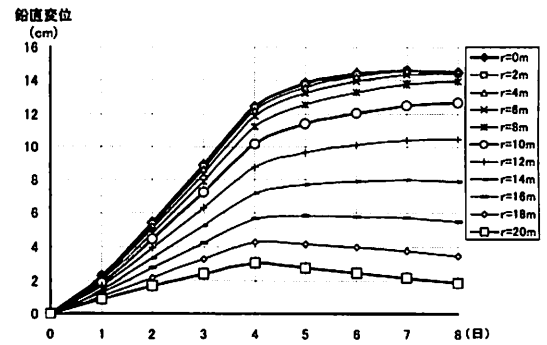


図5a 鉛直変位-時間曲線 ($t_0 = 4$ 日, $t = 0 \sim 8$ 日)。

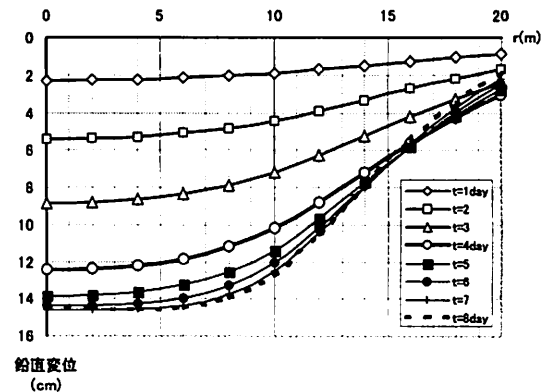


図5b 鉛直変位の時間的变化 ($t_0 = 4$ 日, $t = 0 \sim 8$ 日)。

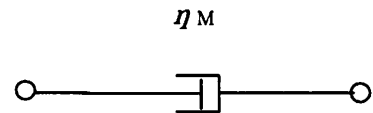


図6 Newton 粘性体モデル。

も、この Flooding 発生の時期は、遅かれ2～3ヶ月の使用期間中に必ず訪れるものと思われる。果たして、Flooding は載荷能力の低下をもたらし、その構造安全性を脅かす引き金であろうか。そこで、解析結果を吟味すると、その水位上昇速度は $2 \text{ cm} \sim 3 \text{ cm/日}$ と緩やかで、Stefan の解に基づく検討 (久保, 1980) により、 $-1^\circ\text{C} \sim -2^\circ\text{C}$ の自然寒気であればその Flooding 層の凍結は物理的に十分可能であり、良質な氷が氷板の表層部に生成され、このことがかえって氷板の力学的性能の向上をもたらすことが期待された。

2.7 30～90日後のクリープ性状

長時間経過後のクリープ性状を捉えるために、氷の構成則として Maxwell 流体よりもはるかに解の収束性が良好な Newton 粘性体モデル (図6参

照)を用いて, Maxwell 流体モデルの場合と同様, 対応原理によってステップ荷重下におけるクリープ解析を行った. これは, 経過日数: t が大なる時, Maxwell 流体モデルの解は Newton 粘性体モデルの解に近づく, という性質に基づいている. ここでは, 紙面の都合でその解法の具体的内容は割愛するものの, $t=30$ 日~90 日における解析結果を示しつつ長時間経過した氷板のクリープ性状を検討する.

リング荷重直下 ($r=10$ m) において, 図 7a より鉛直変位は時間の経過に対してほぼ直線的に変化しその変位速度は 1 mm/日程度と極めて微増であり, 図 7c,d より曲げ応力は $\sigma_r = 1.0 \rightarrow 0.77$ kg/cm², $\sigma_t = 0.50 \rightarrow 0.40$ kg/cm² とゆっくりと減少している. 一方, 氷板中央部 ($r=0$ m) においては, 図 7a,b より変位は 8 mm \rightarrow -3 mm に変化し, 上向きの変位増分が見られ, 曲げ応力は図 7c,d より $\sigma_r = \sigma_t = -0.63$ kg/cm² \rightarrow -0.20 kg/cm² に変化し, 鉛直変位, 曲げ応力ともに荷重直下の $r=10$ m よりも変化が大きい.

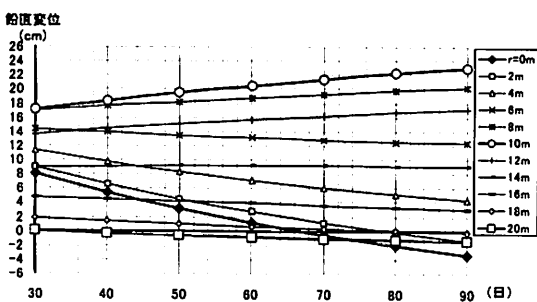


図 7a 鉛直変位-時間曲線 ($t=30 \sim 90$ 日, Newton 粘性体, ステップ荷重).

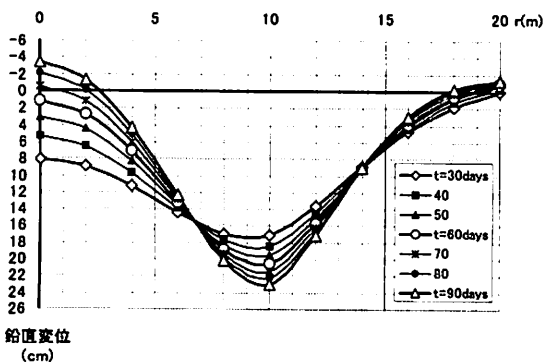


図 7b 鉛直変位の時間的変化 ($t=30 \sim 90$ 日, Newton 粘性体, ステップ荷重).

以上より, 長時間経過後は, リング荷重のほとんどは湖水の浮力と力学的にバランスし, 氷板の荷重負担は極めて小さい状態にあるものと思われる.

さらに, ここでは, 鉛直変位, 曲げ応力のほかに, クリープ曲げ歪量を求めたところ [Appendix 参照], 図 8 に示すように, 最大値が生ずるリング荷重下 ($r=10$ m) において, $t=90$ 日のと

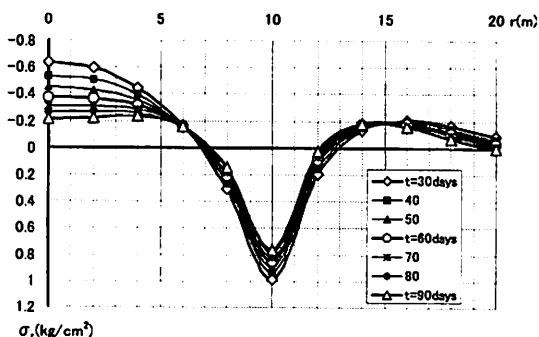


図 7c 曲げ応力 (σ_r) 曲線の時間的変化 ($t=30 \sim 90$ 日, Newton 粘性体, ステップ荷重).

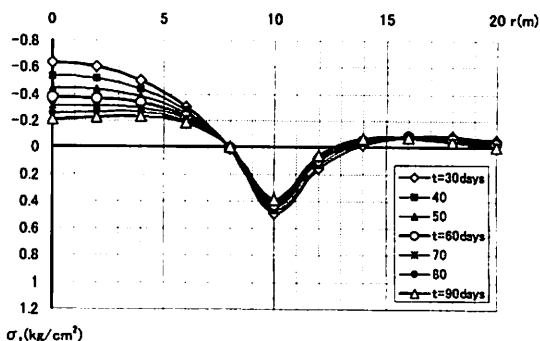


図 7d 曲げ応力 (σ_t) 曲線の時間的変化 ($t=30 \sim 90$ 日, Newton 粘性体, ステップ荷重).

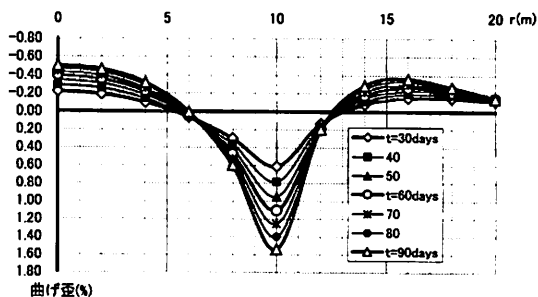


図 8 曲げ歪曲線の時間的変化 ($t=30 \sim 90$ 日, Newton 粘性体, ステップ荷重).

き 1.55 % であった。この歪レベルは、氷の単軸クリープ試験において定常クリープ (Secondary Creep Stage) 範囲にあり、歪速度も 10^{-4} /秒を大幅に下回ることから氷は延性クリープ性状を示し (Frederking, 1975), 曲げによるクリープ破断の可能性は極めて低いものと思われる。

3. ま と め

同名論文 (その 1) (粉川, 2004) で示した解析解に基づいて、底面直径が 20 m のアイスドームの場合について、その建設日数を 4 日、総リング荷重を 100 t、氷板厚を 100 cm、氷の材料定数を (Jellinek and Brill) の実験値、をそれぞれ用いて数値計算を実行し、氷板のクリープ性状を解析的に検討した。その結果、ドーム完成時に生ずる氷板の最大曲げ応力は建設当初からの応力緩和によって弾性解の約 40 % 程度に低められ、その値は 1.74 kg/cm^2 と極めて小さく抑えることができ、さらに完成後の荷重一定状態において応力は減少し続けることから、氷板は強度的に十分安全であることを示した。一方、クリープ変位は完成直前から直後にかけて板厚の約 1/10 に達し、氷板中央部に Flooding の発生が予想されるものの、その水位上昇速度は 2 ~ 3 cm/日と極めて緩やかであるため寒気による凍結が物理的に十分可能とされ、緩慢な Flooding 現象は逆に氷板の力学的性能の向上をもたらすことが期待された。

本解析結果より、湖水板上において、20 m アイスドームの建設期間も含めた 2 ~ 3 ヶ月間の実施適用は、理論的に可能であると思われる、試作実験も含めて今後に展開されるフィルード実験の手がかりを得た。

[Appendix]

氷の構成則が Newton 粘性体に従う場合の氷板のクリープ解は論文 (その 1) と同様に、対応原理を適用して求められる。ここでは、一例として、本論文の図 8 に関連する曲げ歪; ε_I (indicial admittance) 算定式を $\zeta < \zeta_a$ ($r < a$) の場合について示す。

$$\varepsilon_I = \left(\frac{h}{2} \right) \left(\frac{d^2 w}{dr^2} \right) = - \left(\frac{h}{2} \right) \frac{Pb}{2\pi} \{ f_2(t) - f_1(t) \} \dots \dots \dots (A1-a)$$

ここに、 $h = \frac{9}{\eta_M h^3}$, η_M : 粘性係数, h : 氷厚 P_I : 総リング荷重

$$f_1(t) = \left(\frac{1}{2} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \frac{(-1)^m}{((2m)!)^2} (\lambda_a)^{4n} (\lambda)^{4m} t$$

$$\left[\begin{aligned} & \left\{ \Psi(2n+1) - \log(\lambda_a) + \frac{1}{4} \Psi(n+m+2) \right\} \left\{ \frac{(2m)}{(2n+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{\zeta} \right)^2 + \frac{1}{(2m+1)} \right\} \frac{1}{(n+m+1)!} \right. \\ & + \left(\frac{\pi}{4} \right) \frac{(\lambda_a)^2}{(2n+1)^2 (2m+1)} \frac{1}{\Gamma(n+m+\frac{5}{2})} \\ & \left. - \left(\frac{\pi}{4} \right) \frac{(2m)}{(\lambda)^2} \frac{1}{\Gamma(n+m+\frac{3}{2})} + \frac{(2m)}{(2n+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{\zeta} \right)^2 \frac{1}{(n+m+1)!} \right] \dots \dots \dots (A1-b) \end{aligned}$$

$$\text{但し, } \lambda = \frac{\zeta}{2} \sqrt{t}, \quad \lambda_a = \frac{\zeta_a}{2} \sqrt{t}, \quad \zeta = \frac{r}{\beta}, \quad \zeta_a = \frac{a}{\beta}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\eta_M h^3}{9k}},$$

k : 湖水密度, t : 時間 (経過日数)

r : 氷板中心からの距離, $\Psi(n+1) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} - \gamma \right)$,

γ : Euler 定数 (= 0.5772....)

$$\Gamma(n + \frac{1}{2}) = \frac{(2n-1)!!}{2^n} \sqrt{\pi} \quad \text{: ガンマ関数}$$

$$f_2(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \frac{(-1)^m}{((2m)!)^2} (\lambda_a)^{4n} (\lambda)^{4m} t$$

$$\left[\begin{aligned} & - \left\{ \Psi(2n+2) - \log(\lambda_a) + \frac{1}{4} \Psi(n+m+3) \right\} \frac{(\lambda_a)^2 (\lambda)^2}{(2n+1)^2 (2m+1)^2} \frac{1}{(n+m+2)!} \\ & + \left\{ \Psi(2n+1) - \log(\lambda_a) + \frac{1}{4} \Psi(n+m+2) \right\} \frac{1}{(n+m+1)!} \\ & + \left(\frac{\pi}{4} \right) \left\{ \frac{(\lambda_a)^2}{(2n+1)^2} + \frac{(\lambda)^2}{(2m+1)^2} \right\} \frac{1}{\Gamma(n+m+\frac{5}{2})} \end{aligned} \right] \dots \dots \dots (A1-c)$$

謝 辞

本研究を遂行する上で、海外文献を収集していただいた北海道東海大学松前記念図書館員女屋理実女史と北海道大学低温科学研究所図書館員細部実岐女史に、又、内外の貴重な研究文献情報を提供していただいた佐伯浩北海道大学教授、滝沢隆俊理学博士 (JAMSTEC), Dr. Frederking, R.M.W. (NRCC), Dr. Steven F. Daly (CRREL), Prof. Myrriam Laemmel (ETH) に深く感謝申しあげます。

文 献

- Bromer, D. J. and Kingery, W. D., 1968: Flow of Polycrystalline Ice at Low Stresses and Small Strains. Journal of Applied Physics, Volume 39, Number 3, 15, 1688-1691.
CRREL, 1996: Safe Loads on Ice Sheets. Ice Engineering

- Information Bulletins, Number 13, <http://www.crrel.usace.army.mil/icrd/tectran/icieb13.pdf>
- Frederking, R., 1975: Mechanical Properties of Ice and Their Application to Arctic Ice Platforms. Ice Tech Symposium, Montreal, Canada, April 9-11, K. 1-K. 10., The Society of Naval Architects and Marine Engineers.
- Frederking, R. M. W. and Gold, L. W., 1976: The Bearing Capacity of Ice Covers under Static Loads. Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 3, No. 2, 288-293.
- Frederking, R. (compiled), 1979: Summary of Panel Discussion on Time-Dependent Bearing Capacity. Proceedings of Workshop on the Bearing Capacity of Ice Covers 16-17 October 1978 Winnipeg, Manitoba, p. 204.
- Gold, L. W., 1971: The Use of Ice Covers for Transportations. Can. Geotech., J., Vol. 8, No. 2, 170-181.
- 本田秀樹, 大久保泰宏, 木岡信治, 寺島貴志, 佐伯浩, 1996: フラディング時における浮氷盤の耐荷力. 第12回寒地技術シンポジウム論文集, 604-609.
- Hutter, K., 1978: On the mechanics of floating ice sheets. Mitteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zurich. 28, 1-103.
- Jellinek, H. H. G. and Brill, R., 1956: Viscoelastic Properties of Ice. Journal of Applied Physics, Volume 27, Number 10, 1198-1209.
- Kerr, A. D. and Palmer, W. T., 1972: The deformations and stresses of floating ice plates. Acta Mechanica, 15, 57-72.
- Kerr, A.D., 1976: The bearing capacity of floating ice plates subjected to static or quasi-static loads. J. Glaciology, 17, 229-268.
- Kerr, A. D., 1986: Response of Floating Ice Beams and Plates with Partial Flooding. Ice Technology, Proc. First International Conference, MIT, Cambridge, Mass., Springer-Verlag, Berlin, New York, 75-86.
- Kerr, A. D. and Frankenstein, G. E., 1986: "Ice Cover Research - Present State and Future Needs. Cold Regions Engineering, Proceedings, 4th International Conference, W. L. Ryan, Editor, ASCE.
- 粉川 牧, 2004: 湖氷板上のアイスドーム建設に関する研究 (その1) リング荷重を受ける氷板のクリープ解析. 雪氷 66 巻 3 号, 365-375 頁.
- 久保義光, 1980: 氷工学序説 21-32. 泰流社.
- Masterson, D. M., Anderson, K. G. and Strandberg, A. G., 1979: Strain measurements in floating ice platforms and their application to platform design. Can. J. Civ. Eng., 6, 394-405.
- Nevel, D. E. 1966: Time dependent deflection of a floating ice sheet. Research Report 196. Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, New Hampshire.
- Nevel, D. E. 1976: Creep theory for a floating ice sheet. Special Report 76-4. Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, New Hampshire, 1-98.
- 大島香織, 本田秀樹, 正木 智, 佐伯 浩, 1997: フラディング時の氷盤の耐荷力についての実験的研究. 第13回寒地技術シンポジウム論文集, 450-455.
- Panfilov, D. F. 1961: K rashetsu gruzopod "yemnosti ledyanogo pokrova pri stoyanke gruzov na l'du (On the determination of the carrying capacity of an ice cover for loads of long duration). Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy Ministerstva Vysshego i Srednego Spetsial'nogo Obrazovaniya SSSR. Stroitel'stvo i Arkhitektura, 6, 47-57.

Study of ice dome construction on lake-ice plate (Part II) Creep behavior of ice plate under long-term ring loading with 20 m diameter

Tsutomu KOKAWA¹⁾

1) School of Design, Hokkaido Tokai University, Kamuicho Chuwa 224, Asahikawa, Hokkaido 070-8601

Abstract: Based on the viscoelastic solution in a previous paper, a numerical analysis of a 20 m span (at the base) ice dome on a floating ice plate was conducted in order to predict the creep behavior theoretically. According to the numerical simulation, which assumes 4 days as the construction period, 100 cm as the plate thickness, 100 t as the total ring load and Jellinek & Brill's experimental values for the material constants of ice, very important results have been obtained for stress relaxation and the flooding problem during 8 days including the construction period. As for the stress relaxation, the maximum creep bending stress is 1.74 kg/cm^2 , reduced to 60% of the elastic stress, while stress continues to decrease over time after completion under fixed load. It is predicted that the ice plate will offer adequate stability from the point of view of strength.

Meanwhile, displacement will reach about 1/10 of the plate thickness just before completion and some flooding will occur, but the rate of rise of water level will be 2 to 3 cm/day, slow enough for freezing to occur through natural cooling, in fact it is expected that the gradual flooding will actually improve the dynamical performance of the ice plate. In other words, the water will freeze into good quality ice because of the low flooding speed. Therefore, it is concluded theoretically that a 20m span ice dome could be practically useful on a lake-ice plate for 2 to 3 months.

(2004 年 2 月 27 日受付, 2004 年 3 月 30 日改稿受付, 2004 年 5 月 5 日再改稿受付, 2004 年 5 月 17 日受理,
討論期限 2005 年 1 月 15 日)