

論文

湖水板上のアイスドーム建設に関する研究

(その1) リング荷重を受ける氷板のクリープ解析解

粉 川 牧¹⁾

要 旨

湖水板上にアイスドームを建設する場合、湖水板は長期のリング荷重を受ける。このとき、その力学的安全性が問題となる。そこで、この問題の理論的解明を計るために、ドーム建設中は時間に関して直線的に増加し完成後は一定となるリング荷重と線形 Maxwell 流体の構成式に従う氷の粘弾性モデルをそれぞれ仮定し、無限平板の弾性解に対応原理を適用して、氷板のクリープ解析法を展開した。その結果として、時間とともに変化する氷板の応力、変位を閉形級数解の形で示している。

キーワード：アイスドーム、湖水板、長期リング荷重、Maxwell モデル、クリープ解析解

Key words: Ice Dome, Lake-ice plate, Long-term ring load, Maxwell fluid, Analytic solution

1. はじめに

氷を材料とする薄肉の曲面板構造、アイスシェルが、北海道は上川管内において、冬のテンポラリーな建築構造物として実用化されている。その建設工法は2重平面膜と網目状カバーロープからなる型枠空気膜に散雪散水して造るという簡便なもので、必要な寒さと雪の他に水が用意できる場所であればどこでも、短期間で建設施工できる極めて合理性に富んだ工法である (Kokawa, 1985)。しかもこの工法で建設されるアイスシェルは力学的合理性に優れ、且つ美的芸術性を有し、北海道トマムでは毎冬3ヶ月間、簡易レジャー施設として使用されている (Kokawa *et al.*, 2000)。以上のことから、アイスシェルは冬の様々なアクティビティーに容易に対応できる建築構造物としてより一層、将来に活用される可能性がある。その一つの活用のアイデアとして、冬、結氷した湖水板上に「アイスドーム」を造り、公魚釣り、アイススケート、スノーモービルなどの様々な冬のレクリエーション活動に対応できる期間限定付きの簡易建築構造物として使用することが考えられる。

よく知られているように、河川や湖の結氷板が

交通や貯蔵を目的としてロシアや北米では古くから利用されている (Gold, 1971 ; Kerr, 1976)。例えば、19世紀末には既に河川氷板上に鉄道が敷設され、20世紀に入ってから、河川氷板が氷上車道、建設足場や木材伐採搬出のためのプラットフォームそして氷橋 (Michel *et al.*, 1974)、湖水板や浮氷板が冬期間の飛行場などとして生活、産業及び軍事目的に様々な活用されてきた。日本でも第二次世界大戦中に実施された満州の氷上軌道 (久保, 1980) や北海道・天塩川の氷橋が氷板の利用例としてよく知られている。さらに、1970年代にはカナダでは、北極海海底油田探索用の基地として巨大アイスプラットフォームが建設されている (Baudais *et al.*, 1974)。そして、今日の北海道では、冬、結氷した湖水板の上で公魚釣り、アイススケート、スノーモービルなど様々な冬のレクリエーションやイベントのためのスペースとして利用されている (例えば、阿寒湖、朱鞠内湖、然別湖など)。このような氷板利用の進展と共に、1884年のHertz解 (Timoshenko and Woinowsky-Krieger, 1959) 以後、氷板の載荷力に関する工学的研究が、ロシア、北米の研究者を中心に数多く行われてきた (Kerr, 1976)。とりわけ、静荷重を受ける氷板のクリープ問題は前述

1) 北海道東海大学芸術工学部

〒070-8601 旭川市神居町忠和224

のアイスプラットフォーム出現を契機に、それまでの載荷時間が比較的短時間（最大でも50時間程度）であったのに対し、2～3ヶ月にわたる長期間荷重を受ける氷板のクリープ問題が1970年代以降、扱われるようになった。

湖水板上にアイスドームを建設する場合、湖水板は長期（2～3ヶ月）にわたりリング荷重を受ける。このとき、アイスドームを支える湖水板の力学的安全性が問題となる。しながら、既往の氷板クリープ研究はほとんどが集中荷重を対象にしており（例えば、Panfilov, 1961, 1970；Nevel, 1966, 1976；Gold, 1971；Kerr, 1976；Friederking and Gold, 1976；Hutter, 1978），リング荷重を受けるクリープ問題の研究は、筆者の知る限り皆無である。そこで、本報告では、アイスドーム建設中は時間に関して直線的に増大し完成後は一定となるリング荷重を想定し、さらに氷の粘弾性モデルをMaxwell流体と仮定して、古典平板の弾性理論解に対応原理（Flügge（堀幸夫訳），1975）を適用し、時間とともに変化する氷板の応力、変位・歪を閉形級数解で与えるクリープ解析

法を展開する。なお、本論文に引き続き、同名論文（その2リング荷重を受ける氷板のクリープ性状）において、底面直径が20 mのアイスドーム（リング総荷重100 t）を対象とし、その建設日数を4日間、氷板厚を100 cmの場合について、氷板のクリープ性状を解析的に明らかにすべく、数値計算を実施し、その実施適用可の理論的根拠を探ろうとしている。

2. クリープ解析法

2.1 弾性解

冬、結氷した湖の上にアイスドームを造り、ある種の簡易リクリエーション施設として使用することを考える（図1参照）。このとき、湖水板は図2に示されるリング荷重を長期間にわたり受け、その力学的安全性が問題となる。そこで、この問題の理論的解明を計るために、水に浮かぶ氷板のクリープ解析法を対応原理（Nevel, 1966；Flügge（堀幸夫訳），1975）に基づき展開する。そのための弾性解として、下式（1-a, b）（Wyman, 1950）を用いる [Appendix-1]。

領域Ⅰ $r < a$ ($\xi < \xi_a$) のとき、

$$\left. \begin{aligned} w_I &= -\frac{l^2}{2\pi D} P_t (kei \xi_a ber \xi + ker \xi_a bei \xi) \\ M_{rI} &= \frac{P_t}{2\pi} \left[-kei \xi_a bei \xi + ker \xi_a ber \xi - \frac{(1-\nu)}{\xi} \{ kei \xi_a ber' \xi + ker \xi_a bei' \xi \} \right] \\ M_{tI} &= \frac{P_t}{2\pi} \left[\frac{(1-\nu)}{\xi} \{ kei \xi_a ber' \xi + ker \xi_a bei' \xi \} + \nu \{ -kei \xi_a bei \xi + ker \xi_a ber \xi \} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-a)$$

領域Ⅱ $r > a$ ($\xi > \xi_a$) のとき、

$$\left. \begin{aligned} w_{II} &= -\frac{l^2}{2\pi D} P_t (bei \xi_a ker \xi + ber \xi_a kei \xi) \\ M_{rII} &= \frac{P_t}{2\pi} \left[-bei \xi_a kei \xi + ber \xi_a ker \xi - \frac{(1-\nu)}{\xi} \{ bei \xi_a ker' \xi + ber \xi_a kei' \xi \} \right] \\ M_{tII} &= \frac{P_t}{2\pi} \left[\frac{(1-\nu)}{\xi} \{ bei \xi_a ker' \xi + ber \xi_a kei' \xi \} + \nu \{ -bei \xi_a kei \xi + ber \xi_a ker \xi \} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-b)$$

ここに、 M_r ：半径方向の曲げモーメント（radial bending moment）、 M_t ：円周方向の曲げモーメント（circumferential bending moment）、

$$l = \sqrt{\frac{D}{k}}, \quad l: \text{特性長}, \quad \nu = \frac{d}{d\xi}, \quad \xi = \frac{r}{l}, \quad \xi_a = \frac{a}{l}$$

ber, bei, ker, kei ：Kelvin 関数、 $P_t = 2\pi a q$ 、 P_t ：総リング荷重

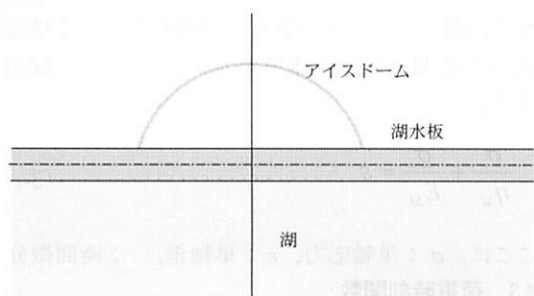


図1 湖水板上のアイスドーム.

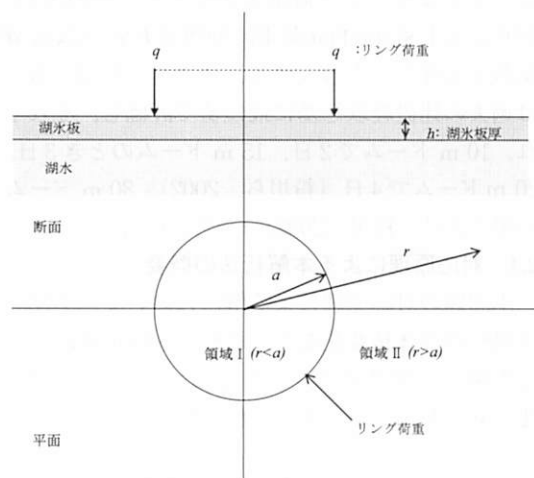


図2 リング荷重を受ける湖水板.

2.2 氷の粘弾性モデル

氷の構成式は、その応力レベルが 2×10^6 dyne/cm² 以下において、一般に図3に示される線形粘弾性 Burgers (4要素) モデルで表される (Jellinek and Brill, 1956 ; Bromer and Kingery, 1968)。

しかし、今回のように荷重载荷が時間的に緩やかに変化する場合、氷板の応力、歪も時間的にゆっくりと推移するものと思われ、このとき、氷の構成式を実用的に意味があり且つ解析的にも扱い易い Maxwell 流体モデル (図4) で近似しても氷板の応力、変位、歪のクリープ挙動をある程度正確に捉えることが可能である。

例えば、歪速度一定の場合、両モデルの (応力/歪) について比較を行うと次のようになる。

単軸応力状態において、歪速度を一定にして負荷を与えたときの両モデルの応力と歪の関係はそれぞれ、次式で与えられる (Mellor, 1979)。

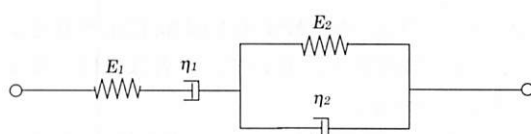


図3 Burgers モデル.

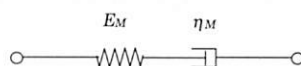


図4 Maxwell 流体モデル.

Burgers モデルの場合、

$$\sigma = \varepsilon \left\{ E_1 \frac{(e^{r_1 t} - e^{r_2 t})}{(r_1 - r_2)t} + \frac{\eta_1}{t} \left\{ \frac{(r_2 e^{r_1 t} - r_1 e^{r_2 t})}{(r_1 - r_2)} + 1 \right\} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{ここに, } r_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{E_1}{\eta_1} + \frac{E_1}{\eta_2} + \frac{E_2}{\eta_2} \right) \pm \frac{1}{2} \left[\left(\frac{E_1}{\eta_1} + \frac{E_1}{\eta_2} + \frac{E_2}{\eta_2} \right)^2 - 4 \left(\frac{E_1 E_2}{\eta_1 \eta_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

一方、Maxwell モデルの場合は、

$$\sigma = \varepsilon \frac{\eta_M}{t} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{E_M}{\eta_M} t \right) \right\} \dots \dots \dots (3-a)$$

ここで、

$$\frac{1}{E_M} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}, \eta_M = \eta_1 \dots \dots \dots (3-b)$$

とおく。

Jellinek and Brill (1956) によれば、氷温度が -5°C の時、それぞれの材料定数の実験平均値は、

$$\bar{E}_1 = 5.113 \times 10^{10} \text{ dyne/cm}^2, \bar{E}_2 = 6.163 \times 10^{10} \text{ dyne/cm}^2 \\ \bar{\eta}_1 = 3.525 \times 10^{14} \text{ poise}, \bar{\eta}_2 = 1.73 \times 10^{13} \text{ poise}$$

となり、これらを式 (3-b) に代入すると、 E_M 、 η_M はそれぞれ、 $E_M = 2.795 \times 10^{10} \text{ dyne/cm}^2 = 28.50 \text{ t/cm}^2$ 、 $\eta_M = 3.525 \times 10^{14} \text{ poise} = 99.858 \text{ t/cm}^2 \cdot \text{hour} = 4.16 \text{ t/cm}^2 \cdot \text{日}$ となる。そこで、式

(2) と式 (3-a) を比較すると図 5a に示されるように t が 1 時間以上において、両者はほぼ一致することが分かる。

応力速度一定 (図 5b)、一定応力の場合 (図 5c) も、式 (3-b) の置換によって、両モデルは t が 1 時間以上において、ほぼ一致することが確かめら

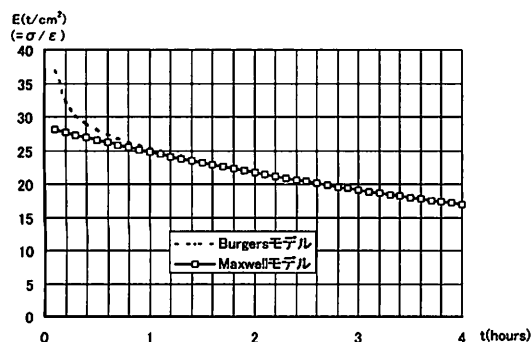


図 5a Burgers モデルと Maxwell モデルの比較 (歪速度一定)。

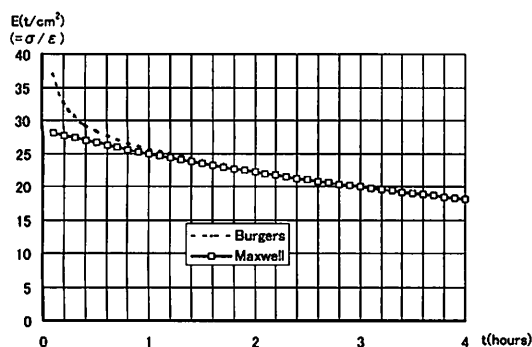


図 5b Burgers モデルと Maxwell モデルの比較 (応力速度一定)。

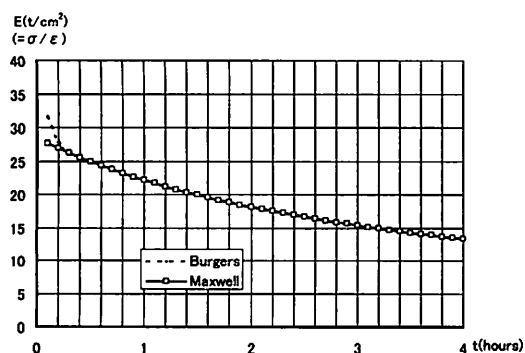


図 5c Burgers モデルと Maxwell モデルの比較 (応力一定)。

れた。従って、以下のクリープ解析における構成式として Maxwell 流体モデルの式 (3-c) を採用する。

$$\frac{\sigma}{\eta_M} + \frac{\dot{\sigma}}{E_M} = \dot{\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (3-c)$$

ここに、 σ ; 単軸応力, ε ; 単軸歪, $\dot{\cdot}$; 時間微分

2.3 荷重時刻関数

アイスドーム建設中は直線状に増大し、完成後は一定となるリング荷重を想定する。そのため、図 6 に示す Slope-Flat 荷重時刻関数 $F(t)$ (以後 SF 関数とも呼ぶ) を導入する。ここで、建設日数 t_0 は過去の建設経験を基に最短値で評価し、それぞれ、10 m ドームで 2 日、15 m ドームのとき 3 日、20 m ドームで 4 日 (粉川ら, 2002)、30 m ドームの場合 5 日 (粉川, 2002) を設定する。

2.4 対応原理による本解析法の概要

本問題の対応原理による解法において、クリープ過程での体積変化なし、材料は Maxwell 流体とした場合、弾性解の式 (1) において、ポアソン比: ν とヤング率: E にそれぞれ、

$$\nu = 0.5, \quad E = E_M \frac{s}{s + \mu}, \quad \mu = \frac{E_M}{\eta_M} \quad \dots\dots\dots (4)$$

を代入する。さらに弾性解の式 (1) の P_i を $P_i L[F(t)]$ で置き換える。ここに $L[F(t)]$ は荷重時刻関数 $F(t)$ のラプラス変換を示す。このようにして得られた式に逆ラプラス変換を施せば、本問題に於ける氷板の時間とともに変化する鉛直変位

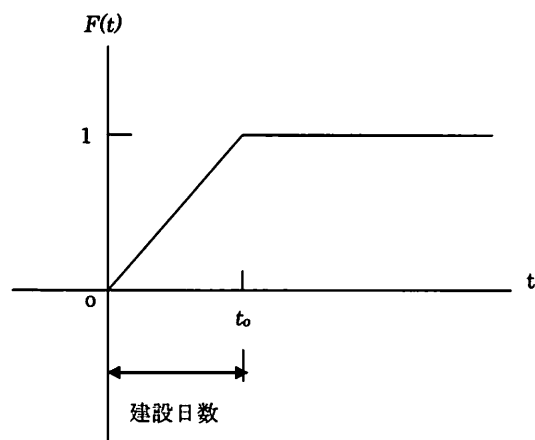


図 6 荷重時刻関数 (SF 関数)。

そして曲げモーメントのクリープ解を得ることができる。

3. Maxwell 流体の場合のクリープ解

2.4の手順に従って、ここでは氷板の鉛直変位および曲げモーメントに関するクリープ解を最終的に閉形級数解の形で表示する。

3.1 Indicial Admittance のラプラス変換表示

まず、式(4)を式(1)に代入して、鉛直変位、曲げモーメントに関する indicial admittance {ステップ荷重 (SF 関数において $t_0 \rightarrow 0$) に対する応答関数 (Wylie (富久泰明訳), 1970)} のラプラス変換表示式を得る。領域 I ($\xi < \xi_a$) について示すと次のようになる。

$$L\{w_{a1}\} = \int_0^\infty e^{-st} w_{a1} dt = w_{sa1} = -\frac{P_t \alpha}{2\pi} \frac{1}{s \sqrt{s+\mu}} \left(kei \frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} ber \frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} + ker \frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} bei \frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) \dots\dots\dots (5-a)$$

$$\text{ここに, } \alpha = \sqrt{\frac{9}{E_M h^3 k}}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{E_M h^3}{9k}}, \quad \zeta = \frac{r}{\beta}, \quad \zeta_a = \frac{a}{\beta}$$

w_{a1} : 変位の indicial admittance, w_{sa1} : w_{a1} のラプラス変換

$$L\{M_{ra1}\} = M_{sa1} = \frac{P_t}{2\pi} \frac{1}{s} \left[\begin{aligned} & \left(-kei \left(\frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) bei \left(\frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) + ker \left(\frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) ber \left(\frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) \right) \\ & - \frac{1}{2} \frac{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}}{\zeta} \left(kei \frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} ber' \frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} + ker \frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} bei' \frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) \end{aligned} \right] \dots\dots\dots (5-b)$$

$$L\{M_{sa1}\} = M_{sa1} = \frac{P_t}{2\pi} \frac{1}{s} \left[\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}}{\zeta} \left(kei \frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} ber' \frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} + ker \frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} bei' \frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(-kei \left(\frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) bei \left(\frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) + ker \left(\frac{\zeta_a}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) ber \left(\frac{\zeta}{\sqrt[4]{\frac{s}{s+\mu}}} \right) \right) \end{aligned} \right] \dots\dots\dots (5-c)$$

領域 II ($\xi > \xi_a$) の場合の変位、曲げモーメントのラプラス変換式は、領域 I ($\xi < \xi_a$) の場合と同様にして、式(4)を式(1-b)に代入して求められる。

3.2 逆ラプラス変換表示

式(5)の逆ラプラス変換は、ステップ荷重に対する応答関数: indicial admittance を意味する。しかし、式(5)をそのまま直接的に逆変換することは困難であるため、本解析では [Appen-

dix-2] で示される四つの Kelvin 関数及びその導関数の級数表示式 (付-2), 式 (付-3) を式 (5) に代入して得たラプラス変換式を項別毎に逆変換してステップ荷重に対する解を求める。なお、このとき現れる項別毎のラプラス変換式の一部は、[Appendix-3] に示されるように、さらに級数展開して逆変換が可能となるように工夫した。このようにして求められたステップ荷重に対する応答関数を一般に $G_a(t)$ と表したとき、本解析で対

象となる SF 荷重時刻関数: $F(t)$ が作用したときの応答関数 $G(t)$ は次の畳み込み積分式 (6) によって求められる (Wylie (富久泰明訳), 1970).

$$G(t) = \int_0^t \dot{F}(\tau) G_a(t-\tau) d\tau \dots\dots\dots (6-a)$$

$$\text{ここに, } t < t_0 \text{ のとき, } G(t) = \frac{1}{t_0} \int_0^t G_a(t-\tau) d\tau,$$

$$t > t_0 \text{ のとき, } G(t) = \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} G_a(t-\tau) d\tau \dots\dots\dots (6-b)$$

式 (6) の積分演算を実行し膨大な数式を整理すると, 結局, 次式 (7), (8) で表されているように w , M_r , M_l について閉形級数解が得られる. ここに式 (7), (8) はそれぞれ, 領域 I, II における ($t < t_0$) の時間領域について示されている.

3.3 $\xi < \xi_a$ における解

3.3.1 $t < t_0$ のとき

(1) 鉛直変位

$$w_1 = -\frac{P_l}{2\pi} \alpha \frac{1}{(\mu a)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \frac{(-1)^m}{((2m)!)^2} \left(\frac{\xi_a}{2} \right)^{4n} \left(\frac{\xi}{2} \right)^{4m} \left[\left\{ -\log\left(\frac{\xi_a}{2}\right) + \Psi(2n+1) \right\} \left\{ \frac{\left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2}{(2n+1)^2} + \frac{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2}{(2m+1)^2} \right\} + \frac{\left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2}{(2n+1)^3} + \frac{\pi}{4} \frac{\left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2 \left(\frac{\xi}{2}\right)^2}{(2n+1)^2 (2m+1)^2} \right] \left[\sum_{k=0}^{n+m+1} C_k E E_a(k, \mu a) \right] - \left(\frac{\pi}{4} \right) \sum_{k=0}^{n+m} C_k E E_a(k, \mu a) - \left[\sum_{k=0}^{n+m+1} C_k \left\{ \frac{1}{4} \left\{ \frac{\left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2}{(2n+1)^2} + \frac{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2}{(2m+1)^2} \right\} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{l} \right) - \left(\frac{\pi}{4} \right) \frac{\left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2 \left(\frac{\xi}{2}\right)^2}{(2n+1)^2 (2m+1)^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l! 2^l} \right\} F F_a(k, l, \mu a) \right] - \left(\frac{\pi}{4} \right) \left[\sum_{k=0}^{n+m} C_k \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l! 2^l} \right\} F F_a(k, l, \mu a) \right] \dots\dots\dots (7-a)$$

$$\text{ここに, } E E_a(k, \mu a) = \frac{(\mu a)^{k+1}}{(k+1)!}, \quad F F_a(k, l, \mu a) = \left[- \sum_{q=0}^k \sum_{r=0}^{q+l-1} \frac{(-1)^q (q+l-1)!}{q! (k-q)! (l-1)! (q+l-1-r)!} f f_{1a}(t) + \sum_{q=0}^k \frac{(-1)^q (q+l-1)!}{q! (k-q)! (l-1)!} f f_{2a}(t) \right]$$

$$f f_{1a}(t) = \mu \int_0^t f_1(t-\tau) d\tau = \left\{ e^{-\mu a} \right\} \sum_{p=0}^{k+l-1-r} \frac{(k+l-1-r)! (\mu a)^{k+l-1-r-p}}{(k+l-1-r-p)!} + (k+l-1-r)!$$

$$f f_{2a}(t) = \mu \int_0^t f_2(t-\tau) d\tau = \frac{(\mu a)^{k-q+1}}{(k-q+1)!}, \quad f_1, f_2 \text{ は [Appendix-3] を参照}$$

(2) 曲げモーメント

$$M_{r1} = \frac{P_l}{2\pi} \left(Z_{21}(t) - \frac{1}{2} Z_{11}(t) \right) \dots\dots\dots (7-b),$$

$$M_{l1} = \frac{P_l}{2\pi} \left(\frac{1}{2} \right) (Z_{11}(t) + Z_{21}(t)) \dots\dots\dots (7-c)$$

ここに,

$$Z_{11}(t) = \frac{1}{(\mu t_o)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \frac{(-1)^m}{((2m)!)^2} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^{4n} \left(\frac{\zeta}{2}\right)^{4m} \left[\left\{ \Psi(2n+1) - \log\left(\frac{\zeta_a}{2}\right) \right\} \left\{ \frac{m}{(2n+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{\zeta}\right)^2 + \frac{1}{2(2m+1)} \right\} - \frac{\pi m}{\zeta^2} \right. \\ \left. + \left(\frac{\pi}{8}\right) \frac{1}{(2n+1)^2(2m+1)} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 + \frac{m}{(2n+1)^3} \left(\frac{\zeta_a}{\zeta}\right)^2 \right] \sum_{k=0}^{n+m} C_k EE_a(k, \mu t) \\ + \sum_{k=0}^{n+m} C_k \left[- \left\{ \frac{1}{4} \frac{m}{(2n+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{\zeta}\right)^2 + \frac{1}{8} \frac{1}{(2m+1)} \right\} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{l}\right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\pi}{8}\right) \frac{1}{(2n+1)^2(2m+1)} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l!2^l} FF_a(k, l, \mu t) \right. \\ \left. + \frac{\pi m}{\zeta^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-3)!!}{l!2^l} \right] FF_a(k, l, \mu t) \dots\dots\dots (7-d)$$

$$Z_{21}(t) = \frac{1}{(\mu t_o)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \frac{(-1)^m}{((2m)!)^2} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^{4n} \left(\frac{\zeta}{2}\right)^{4m} \left[\left\{ \log\left(\frac{\zeta_a}{2}\right) - \Psi(2n+2) \right\} \frac{\left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 \left(\frac{\zeta}{2}\right)^2}{((2n+1)(2m+1))^2} \sum_{k=0}^{n+m+1} C_k \right. \\ \left. + \left\{ \Psi(2n+1) - \log\left(\frac{\zeta_a}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{4}\right) \left\{ \frac{1}{(2n+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2m+1)^2} \left(\frac{\zeta}{2}\right)^2 \right\} \right\} \sum_{k=0}^{n+m} C_k \right] EE_a(k, \mu t) \\ + \left[\frac{1}{4} \left\{ \frac{\left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 \left(\frac{\zeta}{2}\right)^2}{((2n+1)(2m+1))^2} \sum_{k=0}^{n+m+1} C_k - \sum_{k=0}^{n+m} C_k \right\} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{l}\right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\pi}{4}\right) \left\{ \frac{1}{(2m+1)^2} \left(\frac{\zeta}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2n+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 \right\} \sum_{k=0}^{n+m} C_k \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l!2^l} \right] FF_a(k, l, \mu t) \dots\dots\dots (7-e)$$

3.3.2 $t > t_o$ のとき

式 (7-a, d, e) において, $EE_a(k, \mu t) \rightarrow EE_b(k, \mu t, \frac{t_o}{t})$, $FF_a(k, l, \mu t) \rightarrow FF_b(k, l, \mu t, \frac{t_o}{t})$

の置き換えによって, 変位, 曲げモーメント解を得る.

ここに,

$$EE_b(k, \mu t, \frac{t_o}{t}) = \frac{(\mu t)^{k+1}}{(k+1)!} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{t_o}{t}\right)^{k+1} \right\}, \quad FF_b(k, l, \mu t, \frac{t_o}{t}) = \left[- \sum_{q=0}^k \sum_{r=0}^{q+l-1} \frac{(-1)^q (q+l-1)!}{q!(k-q)!(l-1)!(q+l-1-r)!} ff_{1b}(t) \right. \\ \left. + \sum_{q=0}^k \frac{(-1)^q (q+l-1)!}{q!(k-q)!(l-1)!} ff_{2b}(t) \right]$$

$$ff_{1b}(t) = \mu \int_0^{t_o} f_1(t-\tau) d\tau = - \left(e^{-\mu t} \right) \sum_{p=0}^{k+l-1-r} \frac{(k+l-1-r)! (\mu t)^{k+l-1-r-p}}{(k+l-1-r-p)!} \left[1 - e^{\mu t_o} \left\{ 1 - \left(\frac{t_o}{t}\right) \right\}^{k+l-1-r-p} \right]$$

$$ff_{2a}(t) = \mu \int_0^{t_o} f_2(t-\tau) d\tau = \frac{(\mu t)^{k-q+1}}{(k-q+1)}$$

3.4 $\xi > \xi_a$ における解

3.4.1 $t < t_0$ のとき

(1) 鉛直変位

式 (7-a) において, ζ と ζ_a を交換すればよい. 即ち,

$$\begin{aligned}
 W_{II} = & -\frac{P_t}{2\pi} \alpha \frac{1}{(\mu a_o)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \frac{(-1)^m}{((2m)!)^2} \left(\frac{\zeta}{2}\right)^{4n} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^{4m} \\
 & \left[\left\{ -\log\left(\frac{\zeta}{2}\right) + \Psi(2n+1) \right\} \left\{ \frac{\left(\frac{\zeta}{2}\right)^2}{(2n+1)^2} + \frac{\left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2}{(2m+1)^2} \right\} + \frac{\left(\frac{\zeta}{2}\right)^2}{(2n+1)^3} + \left(\frac{\pi}{4}\right) \frac{\left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 \left(\frac{\zeta}{2}\right)^2}{(2n+1)^2 (2m+1)^2} \right] \sum_{k=0}^{n+m+1} {}^{(n+m+1)}C_k EE_a(k, \mu a) \\
 & - \left(\frac{\pi}{4}\right) \sum_{k=0}^{n+m} {}^{(n+m)}C_k EE_a(k, \mu a) \\
 & - \left[\sum_{k=0}^{n+m+1} {}^{(n+m+1)}C_k \left[\frac{1}{4} \left\{ \frac{\left(\frac{\zeta}{2}\right)^2}{(2n+1)^2} + \frac{\left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2}{(2m+1)^2} \right\} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{l}\right) - \left(\frac{\pi}{4}\right) \left\{ \frac{\left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 \left(\frac{\zeta}{2}\right)^2}{(2n+1)^2 (2m+1)^2} \right\} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l! 2^l} \right] FF_a(k, l, \mu a) \right] \\
 & - \left(\frac{\pi}{4}\right) \left[\sum_{k=0}^{n+m} {}^{(n+m)}C_k \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l! 2^l} \right\} FF_a(k, l, \mu a) \right] \dots (8-a)
 \end{aligned}$$

(2) 曲げモーメント

$$M_{r,II} = \frac{P_t}{2\pi} \left(Z_{2II}(t) - \frac{1}{2} Z_{1II}(t) \right) \dots \dots \dots (8-b), \quad M_{t,II} = \frac{P_t}{2\pi} \left(\frac{1}{2} \right) (Z_{1II}(t) + Z_{2II}(t)) \dots \dots \dots (8-c)$$

$$\begin{aligned}
 Z_{1II}(t) = & \frac{1}{(\mu a_o)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n!)^2} \frac{(-1)^m}{(2m!)^2} \left(\frac{\zeta}{2}\right)^{4n} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^{4m} \\
 & \left[\left\{ \Psi(2n+1) - \log\left(\frac{\zeta}{2}\right) \right\} \left\{ \frac{n}{(2m+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{\zeta}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{(2n+1)} \right\} - \frac{\pi n}{\zeta^2} \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\pi}{8}\right) \frac{1}{(2n+1)(2m+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \frac{1}{(2m+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{\zeta}\right)^2 + \frac{1}{4} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sum_{k=0}^{n+m} {}^{(n+m)}C_k EE_a(k, \mu a) \\
 & + \sum_{k=0}^{n+m} {}^{(n+m)}C_k \left[-\left\{ \frac{1}{4} \frac{n}{(2m+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{\zeta}\right)^2 + \frac{1}{8} \frac{1}{(2n+1)} \right\} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{l}\right) \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\pi}{8}\right) \frac{1}{(2n+1)(2m+1)^2} \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l! 2^l} FF_a(k, l, \mu a) \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\pi}{\zeta^2}\right) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-3)!!}{l! 2^l} \right] \dots \dots \dots (8-d)
 \end{aligned}$$

$Z_{2II}(t)$ は式 (7-e) において, ξ と ξ_a を交換すればよい. 即ち,

$$Z_{2II}(t) = \frac{1}{(\mu t_a)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \frac{(-1)^m}{((2m)!)^2} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{4n} \left(\frac{\xi_a}{2}\right)^{4m} \\ \left[\left\{ \log\left(\frac{\xi}{2}\right) - \Psi(2n+2) \right\} \frac{\left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2 \left(\frac{\xi}{2}\right)^2}{((2n+1)(2m+1))^2} \sum_{k=0}^{n+m+1} {}^{(n+m+1)}C_k \right. \\ \left. + \left\{ \Psi(2n+1) - \log\left(\frac{\xi}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{4}\right) \left\{ \frac{1}{(2n+1)^2} \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2m+1)^2} \left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2 \right\} \right\} \sum_{k=0}^{n+m} {}^{(n+m)}C_k \right] EE_a(k, \mu t) \\ + \left[\frac{1}{4} \left\{ \frac{\left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2 \left(\frac{\xi}{2}\right)^2}{((2n+1)(2m+1))^2} \sum_{k=0}^{n+m+1} {}^{(n+m+1)}C_k - \sum_{k=0}^{n+m} {}^{(n+m)}C_k \right\} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{l}\right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\pi}{4}\right) \left\{ \frac{1}{(2m+1)^2} \left(\frac{\xi_a}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2n+1)^2} \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 \right\} \sum_{k=0}^{n+m} {}^{(n+m)}C_k \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l!2^l} \right] FF_a(k, l, \mu t) \quad \dots\dots\dots (8-e)$$

3.4.2 $t > t_0$ のとき

式 (8-a, d, e) において, $EE_a(k, \mu t) \rightarrow EE_b(k, \mu t, \frac{t_0}{t})$, $FF_a(k, l, \mu t) \rightarrow FF_b(k, l, \mu t, \frac{t_0}{t})$

の置き換えによって, 変位 w_{IIIb} , 曲げモーメント M_{rIIIb} , $M_{\theta IIIb}$ 解を得る.

4. ま と め

湖氷上のアイスドーム建設を想定して, リング荷重を受ける氷板のクリープ解析法を展開した. Jellinek and Brill (1956) による実験結果を検討したところ, 氷の粘弾性モデルとしてよく用いられる Burgers モデルの代わりに, 数値解析的に扱いやすい Maxwell 流体モデルを用いてもその応力や歪の時間的変化を十分近似できることを示した. そこで, 氷の粘弾性モデルを線形 Maxwell 流体と仮定し, ドーム建設中は時間に関して直線的に増加し完成後は一定となるリング荷重を想定し, そして無限平板の弾性解に対応原理を適用する解析法を展開した. その結果として, 時間とともに変化する氷板の応力, 変位を閉形級数解の形で与えた.

なお, 続報 (その2リング荷重を受ける氷板のクリープ性状) において, 本解析解に基づき, 底面直径が 20 m のアイスドーム (リング総荷重 100 t) を対象とし, その建設日数を 4 日間, 氷板厚を 100 cm の場合について, 数値計算を実行し検討を加え, 湖氷板上のアイスドーム建設についてその実施適用可の理論的根拠を探ろうとしている.

[Appendix-1] 弾性解

本文の図2に示される液体 (湖水) に浮かぶ弾性平板 (湖氷板) の基礎微分方程式は式 (付-1) で与えられる (Timoshenko and Woinowsky-Krieger, 1959).

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right) \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr}\right) = \frac{q\delta(r-a) - kw}{D} \quad \dots\dots\dots (付-1)$$

ここに, w : 鉛直変位, k : 湖水密度 ($= 0.001 \text{ kg/cm}^3$), $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, E : ヤング率, h : 板厚, ν : ポアソン比, q : リング荷重 (単位長さあたりの荷重の大きさ, 一定), $\delta(r-a)$: デルタ関数

無限平板の場合, 方程式 (付-1) の解は, 最初, (Schleicher, 1926) によって求められた. がしかし, その解は, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 用いた極めて冗長な表現式であるため, 今回の対応原理に於ける弾性解として採用しない.

ここに $Z_1(\xi) + iZ_2(\xi) = J_0(\xi\sqrt{i})$,
 J_0 : Bessel 関数

$Z_3(\xi) + iZ_4(\xi) = H_0^{(1)}(\xi\sqrt{i})$,
 $H_0^{(1)}$: 第1種 Hankel 関数

その後, Wyman (1950) は, 集中荷重解, 即ち Hertz 解 (Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1959) に Bessel 関数の加法定理 (Watson, 1922) を適用して, 本文の式 (1) に示される簡潔な解表現を得た。

[Appendix-2] Kelvin 関数及びその導関数の級数表示

(森口繁一, 宇田川鍾久, 一松信, 1971)。

$$\left. \begin{aligned} beix &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n+1)!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{4n+2}, \quad berx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{4n} \\ keix &= -\log\left(\frac{x}{2}\right)beix - \left(\frac{\pi}{4}\right)berx + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n+1)!)^2} \Psi(2n+2) \left(\frac{x}{2}\right)^{4n+2} \\ kerx &= -\log\left(\frac{x}{2}\right)berx + \left(\frac{\pi}{4}\right)beix + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \Psi(2n+1) \left(\frac{x}{2}\right)^{4n} \end{aligned} \right\}$$

..... (付-2)

$$\text{ここに } \Psi(2n+1) = \left(\sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{k} - \gamma\right),$$

γ : Euler 定数 (= 0.5772.....)

これらの関数の導関数は式 (付-2) を項別に微分して得られる。例えば, ker' の場合, 次のようになる。

$$\begin{aligned} ker'x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!(2n-1)!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{4n-1} \left\{ \Psi(2n+1) - \log\left(\frac{x}{2}\right) \right\} - \frac{1}{x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{4n} \\ &+ \left(\frac{\pi}{4}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n+1)!(2n)!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{4n+1} \end{aligned}$$

..... (付-3)

尚, Kelvin 関数の場合, 2 次以上の高次の導関数は式 (付-2) とこれらの一次導関数式 (付-3) で表示できる。

[Appendix-3] 逆ラプラス変換

$$\frac{1}{s} \frac{\log\left(\frac{s}{s+\mu}\right)}{\left(\frac{s}{s+\mu}\right)^{n+m-1}}, \quad \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{s}{s+\mu}\right)^{n+m-\frac{1}{2}}}$$

の逆ラプラス変換を以下のようにして求める。

まず, それぞれ下式のように級数に展開する。

$$\begin{aligned} \frac{1}{s} \frac{\log\left(\frac{s}{s+\mu}\right)}{\left(\frac{s}{s+\mu}\right)^{n+m-1}} &= \frac{1}{s} \left(1 + \frac{\mu}{s}\right)^{n+m-1} \log\left(1 - \frac{\mu}{s+\mu}\right) \\ &= - \sum_{k=0}^{n+m-1} \binom{n+m-1}{k} C_k \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{l}\right) \mu^{k+l} \frac{1}{s^{k+1}} \frac{1}{(s+\mu)^l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{s}{s+\mu}\right)^{n+m-\frac{1}{2}}} &= \frac{1}{s} \left(1 + \frac{\mu}{s}\right)^{n+m} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mu}{s+\mu}}} \\ &= \sum_{k=0}^{n+m} \binom{n+m}{k} C_k \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l-1)!!}{l! 2^l} \mu^{k+l} \frac{1}{s^{k+1}} \frac{1}{(s+\mu)^l} \end{aligned}$$

$$\text{ここに, } {}_iC_j = \frac{i!}{j!(i-j)!}, \quad i!! = i(i-2)(i-4)\dots\dots$$

$$\text{結局, 両式の逆ラプラス変換は } \mu^{k+l} \frac{1}{s^{k+1}} \frac{1}{(s+\mu)^l}$$

の逆ラプラス変換を求めることに帰着する。つまり,

$$\begin{aligned} L^{-1} \left\{ \mu^{k+l} \frac{1}{s^{k+1}} \frac{1}{(s+\mu)^l} \right\} &= \mu^{k+l} \int_0^t \frac{(t-\tau)^k}{(k)!} e^{-\mu\tau} \frac{\tau^{l-1}}{(l-1)!} d\tau \\ &= - \sum_{q=0}^k \sum_{r=0}^{l-1} \frac{(-1)^q (q+l-1)!}{q!(k-q)!(l-1)!(q+l-1-r)!} f_1(t) + \sum_{q=0}^k \frac{(-1)^q (q+l-1)!}{q!(k-q)!(l-1)!} f_2(t) \end{aligned}$$

$$\text{ここに, } f_1(t) = (\mu t)^{k+l-1-r} e^{-\mu t}, \quad f_2(t) = (\mu t)^{k-q}$$

文 献

- Baudais, D. J., Masterson, D. M. and Watts, J. S., 1974: A system for offshore drilling in the Arctic Islands, J. Canadian Petroleum Technology, 13, 3, 15-26.
- Bromer, D. J. and Kingery, W. D., 1968: Flow of Polycrystalline Ice at Low Stresses and Small Strains. Journal of Applied Physics, Volume 39, Number 3, 15, 1688-1691.
- Churchill (洪四方次訳), 1965: 応用ラプラス変換. 彰国社, 407pp.
- Flügge, W. (堀幸夫訳), 1975: 粘弾性学 (固体の力学シリーズ 1). 培風館, 138pp.
- Frederking, R. M. W. and Gold, L. W., 1976: The Bearing Capacity of Ice Covers under Static Loads. Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 3, No. 2, 288-293.
- Gold, L. W., 1971: The Use of Ice Covers for Transportations. Can. Geotech., J., Vol. 8, No. 2, 170-181.
- Hutter, K., 1978: On the mechanics of floating ice sheets. Mitteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zurich. 28, 1-103.
- Jellinek, H. H. G. and Brill, R., 1956: Viscoelastic Properties of Ice. Journal of Applied Physics, Volume 27, Number 10, 1198-1209.
- Kerr, A. D., 1976: The bearing capacity of floating ice plates subjected to static or quasi-static loads. J. Glaciology, 17, 229-268.
- Kokawa, T., 1985: Experimental Studies on Ice Shell in Asahikawa. Cold Regions Science and Technology, Vol. 11, 150-170.
- Kokawa, T., Watanabe, K. and Itoh, O., 2000: Ice Shell-Recent Application to Winter Architecture. Proc. 10th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Seattle, ISOPE, Vol. 1, 716-721.

- 粉川 牧, 伊藤 修, 渡辺 大, 2002 : スパン 20 m アイスドームの建設実験とクリープ測定. 雪氷 64 巻 1 号, 59-68 頁.
- 粉川 牧, 2002 : スパン 30 m アイスドーム建設の試み. 雪氷 64 巻 4 号, 469-476 頁.
- 久保義光, 1980 : 氷工学序説. 泰流社, 213pp.
- Mellor, M., 1979: Mechanical Properties of Polycrystalline Ice. 217-245, IUTAM SYMPOSIUM COPENHAGEN 1979, Physics and Mechanics of Ice, Editor Per Tryde, Springer-Verlag.
- Michel B., Drouin M., Lefebvre L. M., Rosenberg P. and Murry R., 1974: Ice Bridges of the James Bay Project. Can. Geotech. J., Vol. 11, 599-619.
- 森口繁一, 宇田川銈久, 一松信, 1971 : 数学公式Ⅲ, —特殊函数—, pp. 174-177., 岩波全書.
- Nevel, D. E. 1966: Time dependent deflection of a floating ice sheet. Research Report 196. Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, New Hampshire.
- Nevel, D. E. 1976: Creep theory for a floating ice sheet. Special Report 76-4. Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, New Hampshire, 1-98.
- Panfilov, D. F. 1961: K rashetsu gruzopod "yemnosti ledyanogo pokrova pri stoyanke gruzov na l'du (On the determination of the carrying capacity of an ice cover for loads of long duration). Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy Ministerstva Vysshego i Srednego Spetsial'nogo Obrazovaniya SSSR. Stroitel'stvo i Arkhitektura, 6, 47-57.
- Panfilov, D. F. 1970: Izmeneniye nesushchey sposobnosti ledyanogo pokrova pri dlitel'nom prebyvanii na nem gruzov (The change of the bearing capacity of an ice cover due to loads of long duration). Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy Ministerstva Vysshego i Srednego Spetsial'nogo Obrazovaniya SSSR. Stroitel'stvo i Arkhitektura, No. 3, 107-113.
- Schleicher, F., 1926: Kreisplatten auf elastischer Unterlage, Berlin. Verlag von Julius Springer, 147pp.
- Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S., 1959: Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill, London, 2nd Ed., 491-494.
- Watson, G. N., 1922: Treatise on the Theory of Bessel Functions. 358-372., Cambridge.
- Wylie, C. R. (富久泰明訳), 1970: 工業数学 (上). プレイン図書出版株式会社, 225-280.
- Wyman, M., 1950: Deflection of an infinite plate. Canadian Journal of Research, Ser. A, Vol. 28, 293-302.
- 山田直平, 國枝壽博, 1970 : ラプラス変換・演算子法 (応用数学講座第 10 巻). コロナ社, 251pp.

Study of Ice Dome Construction on Lake-Ice Plate (Part I) Viscoelastic analysis of ice plate under long-term ring load

Tsutomu KOKAWA¹⁾

1) School of Design, Hokkaido Tokai University, Kamuicho Chuwa 224, Asahikawa

Abstract: Nowadays in Hokkaido, a frozen lake ice plates are being utilized as recreational areas for a variety of winter activities such as snowmobiling, skating and fishing. Fortunately, there is much water for the ice shell construction under the ice plate and it may be easy to construct an ice shell as an instant shelter for winter facilities. In this situation, the lake ice plate has to support a steady ring load transmitted from a vertical load including the weight of ice dome itself. Assuming that ice is incompressible under hydrostatic stress and that it obeys Maxwell's fluid model for deviatoric stress and strain, a linear viscoelastic analysis based on 'thin-plate theory' and the 'correspondence principle', carried out in order to predict theoretically the creep behavior of the ice plate. As a result of this study, solutions of time-dependent deformation and stress are obtained in closed form as an expanded series.

(2003 年 10 月 17 日受付, 2004 年 1 月 27 日改稿受付, 2004 年 2 月 26 日再改稿受付, 2004 年 3 月 5 日受理,
討論期限 2004 年 11 月 5 日)