

# ループ状開閉式ドームの研究（その1）構造アイデア

## Study of Retractable Loop-Dome (Part- I ) Structural Idea

粉川 牧\*<sup>1</sup>

Tsutomu KOKAWA

渡辺宏二\*<sup>2</sup>

Koji WATANABE

### Abstract

A 3-dimensional multi-angulated scissors element was discovered. It is the main structural element of a new type of dome called "Retractable Loop-Dome" which can continuously change the diameter of the oculus and the whole shape. The dome has architectural advantages such as 1) the structural efficiency by a shell-like behaviour, 2) the environmental control by changing the diameter of the oculus, 3) the rational construction by folding peripherally, and 4) the artistically dynamical expression by changing the whole shape. This paper describes 1) the geometry of the 3-D multi-angulated scissors element determined by cutting a sphere with a plane passing the apex, 2) the proposal of a rational structural system for large span, and 3) the numerical simulation of the changing shape and the trial construction of an aluminum model with 10-m base diameter.

### § 1. 序

#### 1. 1 はじめに

頂部に円形の天窓（オクルス）を有し、その直径の大きさ及びドーム全体の幾何学的形状を連続的に変化させることが可能な開閉式ドームは、①可変中もシェルとしての力学的合理性を保持できる為、少ない材料で柱の無い広い空間を実現、即ち、構造合理性、②天窓を開閉することによって、天候の変化に対応し、内部の採光状態を調整し、あるいは換気を行うことが可能、即ち、環境設備合理性、③周辺に折り畳んだ状態で組み立てた後、駆動して構造骨組みを完成、即ち、施工合理性、さらに、④連続的な幾何学的形状変化によって、ドーム内外の景観をダイナミックに演出、即ち、造形性・芸術性、といった数々の建築上の特長を備えている。本研究は、この新

しいタイプの開閉式ドーム（以下ループ状開閉式ドームと称する）の実現に向けて、その合理的構造システムの構築を計ろうとするもので、本論文では、その端緒を与える基本アイデア<sup>1)</sup>を提示している。

#### 1. 2 既往のアイデア

ループ状開閉式ドームの骨組み配置について次の二つのアイデアがよく知られている。一つは C.Hoberman によって考案された「Iris Dome」で、偏心はさみ要素（Angulated Scissors Element）の巧妙な形状変化特性に立脚して導かれたこのアイデアはループ状開閉式ドームの存在を初めて視覚的イメージを持って明瞭に提示した極めて先駆的なものである<sup>2),3),4)</sup>。他の一つは、Z. You & S. Pellegrino によるもので、平面上で自由にその形状変化が可能な平行四辺形要素を含む一般化された2次元多折はさみ要素（Generalised Multi-Angulated Element）群を曲面上に平行投影して任意形状のループ状開閉式ドームを得るという極めて興味深いアイデアを提案している<sup>5),6)</sup>。形状変化の幾何学的条件を理論的に満足するこれら二つのアイデアは、しかしながら、実構造物への適用を考えると、力学的条件に関していくつかの解決困難な問題点を含んでいると思われる。例えば、前者では理論上、各偏心はさみ要素は面内でピン接合されねばならず、その様な接合部を製作することは難しく強度的にも問題があると思われる。一方、後者では、はさみピン交点の回転軸がドーム底面と垂直でなければならないという理論上の制約がある為、特にドーム曲面の傾斜が急な場合に、その交点に加工上及び強度上の問題が生じると思われる。このような状況の中、試行錯誤の末に筆者はこれらの問題点を解決する3次元多折はさみ要素の幾何学的形状を発見し、これが本研究に着手する契機となった。

## § 2. 3次元多折はさみ要素の発見

### 2. 1 はさみピン交点の配置方法

本アイデアに於ける3次元多折はさみ要素は、球面を平面で切断することによってその幾何学的形状が決定される。このとき、はさみピン交点の回転軸はドーム曲面の法線方向にはほぼ一致し、部材間の応力伝達はスムーズとなり、接合部も加工が容易で強度的にも優れているという特長を有する。図1に示すように、ドームの基準形状を構成する部分球面Sの上に、3次元多折はさみ要素のピン交点(1, 2, ..., i, (i+1), ..., n)を次のように配置する。

(イ) 部分球面Sを、部分球面Sの頂点Tを通り中心軸Zに対して斜めに交差する平面Pで切断する。

(ロ) 各はさみピン交点を、部分球面Sと平面Pとが交差する部分に形成される円Q (図1(b)の伏図では楕円として現れる) の上に、周方向に順次、x y 平面上において等角度で配置する。即ち、図1(b)に於いて、

$$\theta_{12} = \theta_{23} = \cdots \theta_{i(i+1)} = \cdots \theta_{(n-1)n}$$

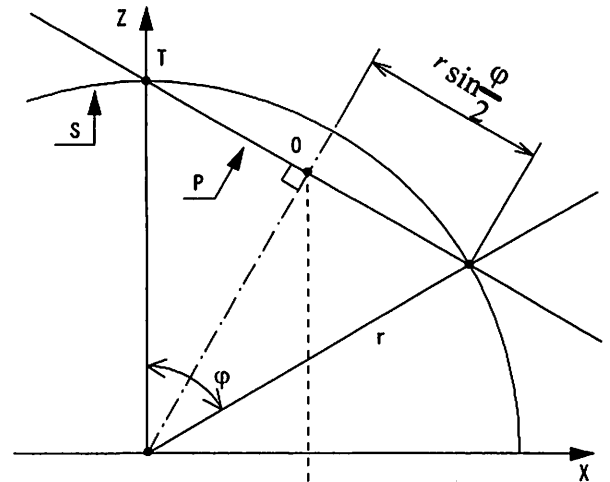
この方法によってその幾何形状が決定された3次元多折はさみ要素群は、ドーム曲面上を剛体移動できることを以下の命題を解くことにより証明する。

命題：

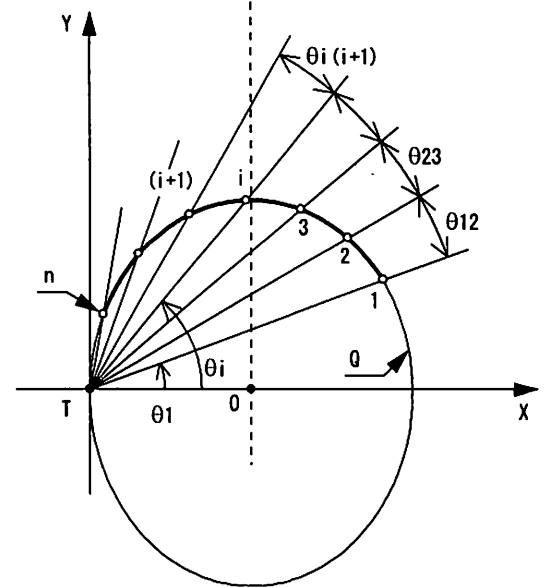
図2に示すように、円Oの円周上に異なる2点T, Aがある。線分OAの端点Oが円Tの円周上を、他の端点Aが直線TA上を動く時、それぞれの動点を点O', A'とする。この時、直線OAと直線O'A'の成す角は点Aの位置によらず $\angle OTO'$ に等しい。

証明：

上記命題を証明するには、  
 $\angle OTO' = t$ ,  $\angle OTA = a$ ,  
 $OA = O'A' = OT = O'T$  として、  
 $\angle A'MA = \angle OTO' = t$   
 であることを示せばよい。  
 $\angle OAT = \angle OTA = a$  ( $\because \triangle OAT$  は2等辺3角形),  
 $\angle O'A'A = \angle O'TA = a - t$  ( $\because \triangle O'A'T$  は2等辺3角形), 従って,  $\angle A'MA =$   
 $\angle OAT - \angle O'A'A = a - (a - t) = t$   
 結局、直線OAと直線O'A'の成す角は点Aの位置(ここでは角度aで表されている)によらず、 $\angle OTO'$  (点Tまわりの回転角度t) に依存する。



a) 断面図



b) 伏図

図1 本アイデアによるはさみピン交点の配置決定法

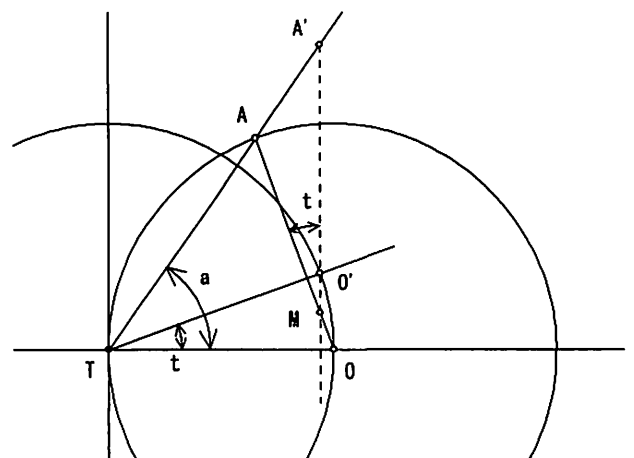


図2 命題(説明図)

この命題の証明から次の定理が導ける。

定理：

円Oの円周上に異なる点T, A, B, Cが図3のように位置しているとする。円弧ABの端点A, Bがそれぞれ直線TA, TB上の点A', B'に移動したとき、円弧AB上の任意点Cは直線TC上の点C'に移動し、且つ円弧A'B'の中心点O'は円Tの円周上にある。即ち、円弧ABを点Oから点O'迄平行移動し、さらに、その中心点O'に関して $\angleOTO' (= t)$ だけ回転したとき、円弧AB上の任意点Cは、点Cと点Tを結ぶ直線TC上に移動する。

図1に示されているように、本アイデアによる3次元多折はさみ部材のはさみピン交点の位置は、その基準形状において、円Q上の点(1, 2, ..., i, (i+1), n)にあるとしている。頂点Tからこれらの点を結ぶそれぞれの直線上を各点が移動するとき、上記定理によって、この3次元多折はさみ要素はその要素形状を変化させることなく、即ち、要素変形を伴わずに剛体移動することが可能となる。

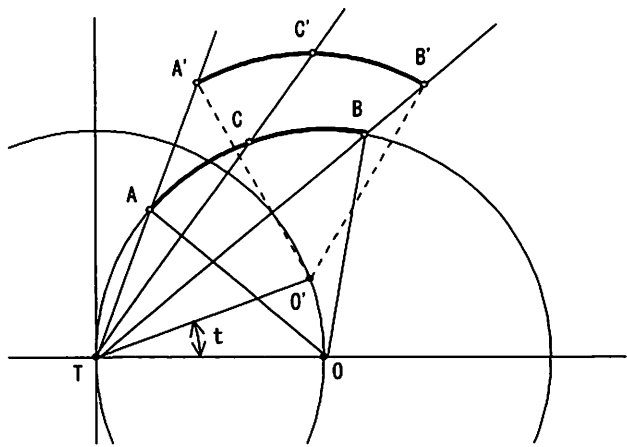


図3 定理(説明図)

## 2. 2 部材の軸線

3次元多折はさみ要素において、はさみピン交点間の部材軸線は、図1を参照して、隣りあう交点を(1)直線、(2)部分球面S上の大円の弧そして(3)円Qの円周上(部分球面S上の小円の弧)等が考えられる。いずれの場合も、はさみピン交点は同一平面上(平面P上)にあり、さらに次節に示される様に、ピン回転軸は基準状態(基準形状における状態をいう)において球中心方向と一致しているという特徴を有し、これらは、3次元多折はさみ部材の合理的製作方法を考える際に、ヒントを与えられると思われる。

## 2. 3 ピン回転軸の方向微調整

本アイデアでは、ドームの基準形状において各ピン交点の回転軸は、図1部分球面Sの法線方向(即ち、球の中心方向)に一致している。しかし、可変中において、各ピン交点は、部分球面Sとは異なる軸対称曲面上にあり、ピン回転軸と3次元多折はさみ部材に設けられるピン用穴軸との間に微小な角度変化が生じる(APPENDIX 参照)。この角度変化を吸収するために、部材側にルーズ・ホールを設けるか、あるいは、図4に示されるような自動調心ころ(or 玉)軸受等を埋め込むことが考えられる。

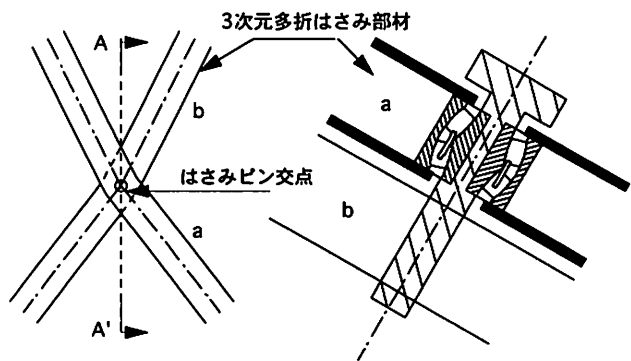


図4 はさみピン交点のディテール・アイデア

## § 3. 構造モデルの提案

### 3. 1 伸縮する内周・外周リングの設置

§2で提示された3次元多折はさみ要素群を球面上に沿ってラメラ状に配置することによって、オクルス直径の大きさを自由に調整できるループ状閉式ドームの骨組構造体が得られる。この不安定構造体が、安定を保ちつつその形状を連続的に変化させる構造体として実際に適用されるために工夫すべき点は、その現実的な駆動方法を考慮に入れつつ、いかに力学的合理性に富む構造システムを構築するかにある。そこで、図5に示される様に、内周と外周にそれぞれ伸縮する圧縮リング、引張リングを設けて、3次元多折はさみ部材が主に軸力伝達となるシェルの構造システムを提案した。それぞれのリングは一辺が直線状の伸縮ロッドから成る正多角形で近似されるものの、ここで問題となるのは、その伸縮ロッドの製作技術である。外周リングの場合、応力が引張で且つロッドの伸縮率も小さく、通常の電動シリンダー技術で対応できるものと思われる。しかし、内周リングについては、応力が圧縮でしかもロッドの伸長率が大きく、その実現は技術的困難が予想されるが、ここでは、図6

に示されるアイデアに基づく多重電動シリンダー的なものを想定していると記述するに留める。

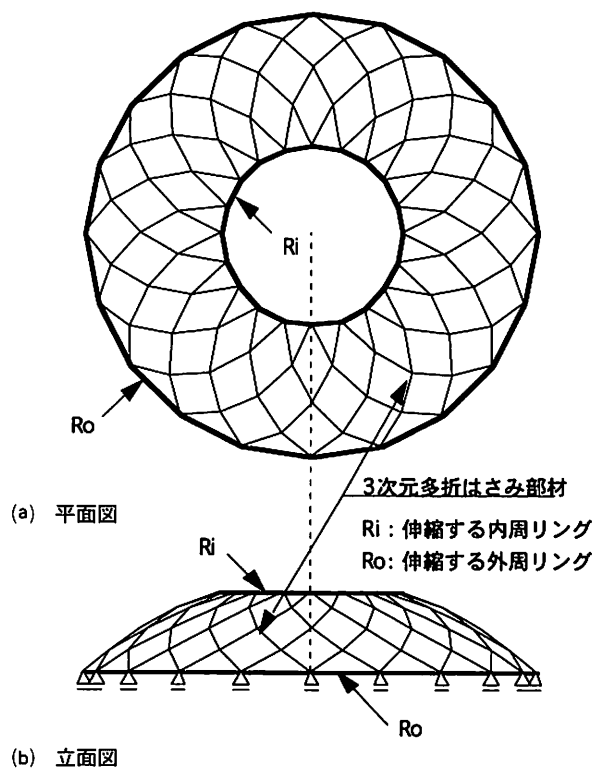


図5 シェルの構造システム

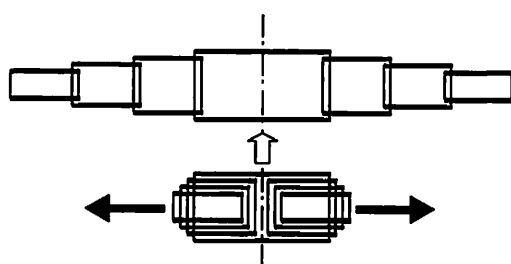
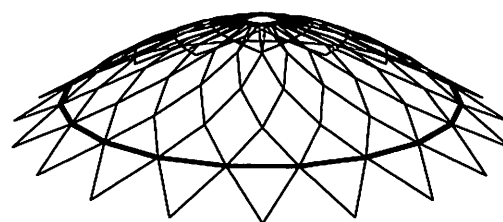


図6 伸縮するロッドのアイデア

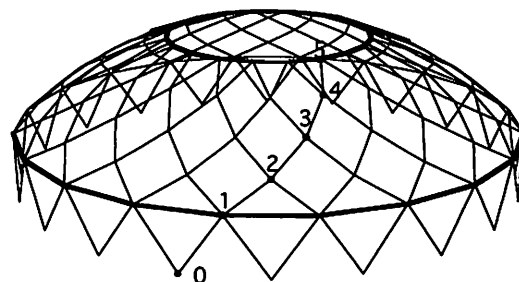
### 3. 2 形状変化シミュレーション

3. 1で示した構造体（上部構造体）と、その外周と円周基礎リングとの間の円錐台側面に配置されたトラス構造体を組み合わせると、新たなループ状開閉式ドームの構造モデルが創出される。なお、このモデルではトラス構造体は上部構造体とヒンジ結合され、一方、基礎リングにピン支持されている一種の変換機構を有しているものと想定されている。ここでは、基準形状において、

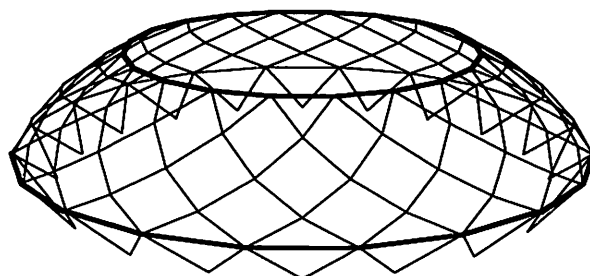
上部構造体は図1において $\phi=55^\circ$ ， $\theta_1=38^\circ$ ， $n=5$ （3次元多折はさみ要素は4本の直線から構成される折線）， $\theta_5=74^\circ$ とし、その外周直径は基礎リング直径と同じとする。つまり、下部トラス構造体は垂直に立ち上がっているものとし、さらに、トラスの組立角度は $\xi=55^\circ$ の幾何学的形状パラメータを持つモデルについて、§2で示された3次元多折はさみ要素の幾何学的形状変化特性に基づいた数値解析（APPENDIX 参照）を行い、結果を図7に示す。さらに、図8はこの構造体に屋根パネルを敷設したときのパネルの動きを、図7におけるそれぞれの開閉状態に応じてシミュレートしたものである。ここで、各屋根パネルはV字型変断面を有し、中心から時計廻り方向の3次元多折はさみ部材上に沿って配置され、各はさみ交点上で支持されているものと想定されている。



$t=-0.25$ （閉状態）， $D_5/D_0=0.082$ ， $\eta_1=-4.71^\circ$



$t=0$ （基準状態）， $D_5/D_0=0.400$ ， $\eta_1=0^\circ$



$t=0.25$ （開状態）， $D_5/D_0=0.694$ ， $\eta_1=5.62^\circ$

図7 モデルの形状変化シミュレーション（構造体）

図7, 8よりオクルス直径の大きさは著しく変化し、そして全体形状は変化に富む幾何学的空間造形を与えていることが理解される。従来のドームは一般にお椀を伏せた様な形状で、比較的、静的な空間が形成されるが、本モデルでは前述の理由からドーム内外の景観をダイナミックに演出することができるものと思われる。

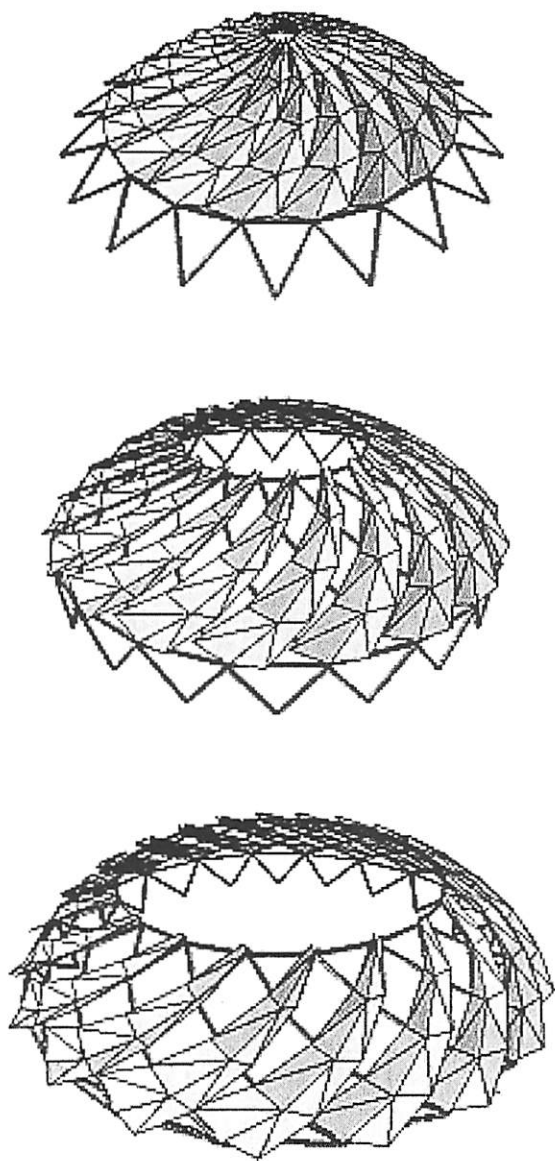
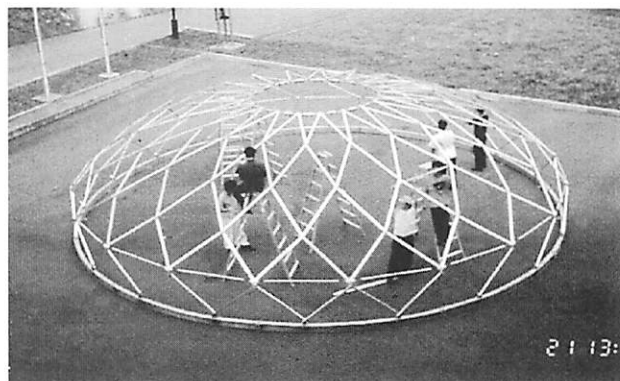


図8 屋根パネルの動き

### 3. 3 モデルの試作

3. 2で示された構造モデルの構工法上の問題点を探る為に、底面直径10mの規模を有するアルミ製モデルを試作した。図9に、この実験でオクルス直径が最小、最大のときの状態を示す。アルミ製3次元多折はさみ部材は角型パイプ20×40×2を使用した。伸縮ロッドについては共に手動式とし、外周テンション・ロッドは鋼管 $\phi$ -13.8×2.3と全ネジボルトM8からなるターンバックルを製作することで、一方問題の内周コンプレッション・ロッドは図6に示すアイデアに基づいて、図10に示す様な34cm~67cmの範囲で長さが変化するロッドを機械加工によって製作した。これらのロッドの長さをある関係を保ちつつ変化させて、ドーム全体の幾何学的形状変化を与えた。この実験から、両リングなしでは構造体は自立も出来ず、合理的な構造システムを確立する上で、これらのロッドの存在の重要性が確認された。



↑ 閉状態

開状態↓

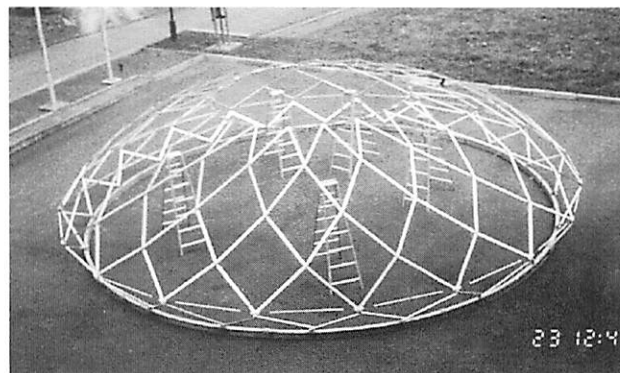


図9 底面直径10mアルミ製モデル

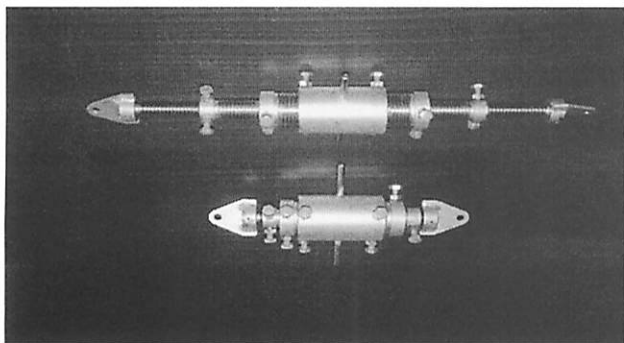


図10 内周コンプレッション・ロッド

#### § 4. 結

頂部にオクルスを有し、その直径の大きさ及びドーム全体の幾何学的形状を連続的に変化させることが可能な開閉式ドーム、いわゆる、ループ状開閉式ドームの構造体は、本論文に提示された3次元多折はさみ要素をラメラ状に配置して得られることを幾何学的に証明した。次に、その構造体と伸縮する内周コンプレッション・リング及び外周テンション・リングからなる合理的な構造システムを提案した。さらに、下部のトラス構造体を連結して得られる構造モデルについて形状変化の数値シミュレーションを行い視覚的イメージを明らかにすると共に、底面で直径10mの規模を有するアルミ製試作モデルを提示した。今後は、この試作モデルについて载荷実験を行い、理論的解析と共に、その構造挙動を解明することが予定されている。

#### 謝辞

本研究の遂行は、(株)アルファ・リゾート・トマム、(株)高砂酒造および北海道東海大学教育研究基金の財政的援助によって可能となったことを付記する。アルミ製モデルを試作した北海道東海大学卒研生の諸君に感謝申し上げます。

#### 参考文献

- 1) 粉川 牧, 「開閉式ドーム」, 特願平10-119275, 1998
- 2) C.Hoberman, 「RADIAL EXPANSION/RETRACTION TRUSS STRUCTURES」, US Patent 5024031, 1991
- 3) C. Hoberman, 「The Art and Science of Folding Structures」, SITE 24, pp. 34-53, 1992

- 4) Albert H.K.Wu, 「APPLICATION OF HOBERMAN'S ANGULATED SCISSORS TO SIMPLE DEPLOYABLE SURFACES HAVING REGULAR POLYGONAL SECTIONS」, IASS STRUCTURAL MORPHOLOGY (Nottingham, UK), pp. 130-135, 1997
- 5) Z. YOU and S. PELLEGRINO, 「FOLDABLE BAR STRUCTURES」, Int. J. Solids Structures Vol. 34, No. 15, pp. 1825-1847, 1997
- 6) S. Pellegrino, 「DEPLOYABLE STRUCTURES」, Current and Emerging Technologies of Shell and Spatial Structures, Proceedings of the IASS Colloquium (Madrid), pp. 175-188, 1997

#### APPENDIX

3. 2で提示された構造モデルの形状変化シミュレーションを行うに必要な(a)3次元多折はさみ要素のピン交点の座標値, (b)ピン回転軸の角度変化量そして(c)下部トラス構造体の形状, それぞれの数的表示は次のようになる。

(a) 図1を参照して, 3次元多折はさみ要素における任意のはさみピン交点*i*の可変中に於ける*x*, *y*, *z*座標値は, 式(1)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \frac{\sin \varphi \left\{ \cos t + \cos \left( \frac{\varphi}{2} \right) \cdot \sin t \cdot \tan \theta_i \right\} r}{1 + \cos^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \cdot \tan \theta_i} \\ y_i &= \tan \theta_i x_i \\ z_i &= r - \tan \left( \frac{\varphi}{2} \right) x_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに, *t*は基準形状からの変化を表す増分パラメータで, 図2に於ける*t*と同じ意味で, 式(1)は*O'*に中心を移動した楕円と頂点*T*を通る直線との交点座標より得られる。

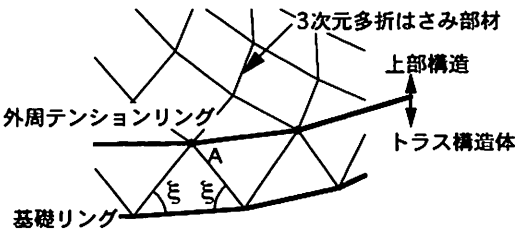
(b) 可変中のピン回転軸の角度変化量は以下の方法によって求められる。各はさみ交点は, 円*Q*の周上にあるだけでなく, 曲率半径が*r*の球面上*S*にある。可変可変中の球*S*の中心点*P'*の座標値(*P<sub>x</sub>*, *P<sub>y</sub>*, *P<sub>z</sub>*)は式(2)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} p_x &= \frac{r \cdot \sin \varphi}{2} (\cos t - 1) \\ p_y &= r \cdot \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right) \cdot \sin t \\ p_z &= r \cdot \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) (1 - \cos t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

基準状態では  $t = 0$  において、 $P_x = P_y = P_z = 0$  となっている。3次元多折はさみ要素の球中心座標の内、 $P_x$ 、 $P_y$ は各要素毎に異なっているが、 $P_z$ は共通の値を有する。従って、交点*i*におけるピン回転軸の角度変化 $\eta_i$ はこの中心点から  $y = t \tan \theta_i$ 迄の垂線の長さ $h_i$ を曲率半径  $r$  で除した値の  $\sin^{-1}$ に等しい。即ち、

$$\left. \begin{aligned} h_i &= \frac{\left\{ \sin \varphi (1 - \cos t) \tan \theta_i + 2 \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right) \cdot \sin t \right\}}{2 \sqrt{1 + \tan^2 \theta_i}} \\ \eta_i &= \sin^{-1} h_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(c) トラス構造体の形状は、下図Aに示されるトラスの組立角度 $\xi$ によって一意的に定まる。上部構造体の外周点（図中A点）との適合を考慮すれば、トラス構造体の形状変化の追跡は容易に行える。



図A トラス組立角度 $\xi$