

ループ状開閉ドーム・構造システムの数値解析に基づく比較検討

2 構造-6 シェル・空間構造

正会員 粉川 牧^{*1}

ループ状開閉ドーム 3 次元多折はさみ要素 主構造体

3 つの構造システム 数値解析 ケーブル-ポスト式

1. はじめに

既往論文^{1), 2)}で円形天窓（オクルス）直径の大きさ及び構造全体の幾何学的形状を連続的に変化させることができる開閉ドーム：「ループ状開閉ドーム（Retractable Loop-Dome, 略称 RLD）」の3つの構造システムを提示した。本報告ではこれらのシステムについて自重モード下の軸対称静的構造解析を行い、その力学的性状の比較検討を試みた。

2. 3 つの構造システム^{1), 2)}

力学的合理性（強度と剛性に富む）を保ちながら、主構造体の形状を連続的に変化させる RLD の構造・構法システムの構築を図るべく、これまでに提案されている3つのアイデアを概略示す。

2-1. システム A：主構造体+（内周リング+外周リング）

図1に示すように、主構造体の内周と外周にそれぞれ伸縮する圧縮リング、引張リングを設けて、3次元多折はさみ部材（3-Dimensional Multi-Angulated Scissors Element, 略称 3-DMASE）で構成される主構造体が軸力伝達機構となるシェル的構造システム。しかし、この提案において、内周リングを構成する直線状の多段式伸縮ロッドは伸縮率が5~6倍と高くしかも大きな圧縮軸力を受けるため、ロッドの製作技術や座屈耐力に困難な問題が残る。

2-2. システム B：主構造体+（セコンダリー内周リング+サスペンション+外周リング）

図2に示すように、圧縮力を受ける内周リングの敷設位置を最内周からずらし（この内周リングをセコンダリー内周リングと呼び、図2においては節点5を通る）、ロッドの伸縮率を3程度にしてシステムAにおける問題点の解決を図ろうとしている。しかし、この場合、節点5と6を結ぶ片持ち部分において、節点5に大きな曲げが発生し、これに対しては節点5にポストを立て、その頂点から節点6を引張ケーブルによって吊り上げている。RLD の形状変化の過程中、長さを変化させなければならない部材はセコンダリー内周リング（圧縮）、外周リング（引張）、吊ケーブル or 控えケーブル（引張）となる。

2-3. 新システム：主構造体+副構造体（Aspension Dome³⁾の一部+ジグザグケーブル+外周リング）

主構造体にポストと可撓性引張材を付加した新システムの概形図を図3に示す。可撓性引張材のうち、長さの変化が可能な部材（可変長部材）の調整によって、構造全体の形状変化を図る。すなわち、図4において、⑤フープ・ケーブルの長さと張力を調整することによって水平力→を与える。すると、③ダイアゴナル・ケーブルには引張力が、②ポストには圧

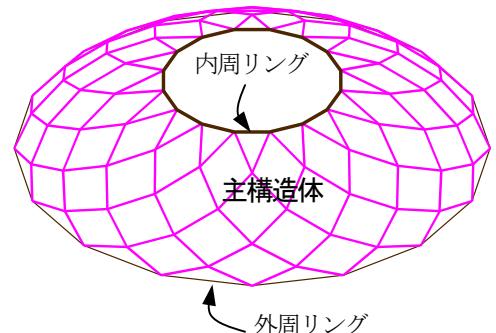
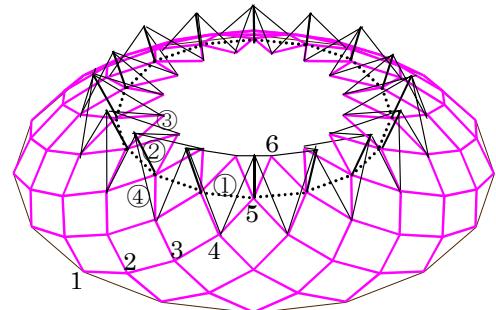


図1 システム A



①セコンダリー内周リング ②ポスト
③吊ケーブル ④控えケーブル

図2 システム B

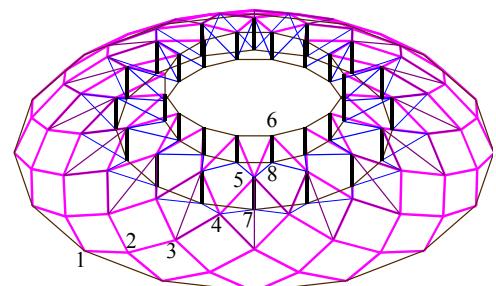


図3 新システム

縮力が生ずる。②ポストは突き上げられて、固定荷重(自重)の向きと反対の力が作用する。節点4において、③ダイアゴナル・ケーブルの引張力によって、ドーム周方向に縮む作用が生ずるが、これに對して④ジグザグ・ケーブルを配置して、①主構造体と協働してはさみトラス状の圧縮リングを形成し、自己釣合型の構造体を得る。内周上部の節点6を通るフープ・ケーブルは風荷重の揚力に対して抵抗する。⑥外周ケーブルはドーム裾部において周方向に広がろうとする作用に對して抵抗する。

3. 構造解析方法

3-1. 概略 既述した3つのシステムについて、自重下における静的軸対称構造解析を行い、比較検討する。構造解析は直接剛性法に基づいて行った。ここで、3つのシステムに共通する主構造体の要素、3-DMASE の全体座標系における剛性マトリクスを詳述する。

3-2. 3-DMASE の剛性マトリクス

図5は3-DMASE のはさみピン交点 i と $(i+1)$ 、これらの点を結ぶ柱一梁要素を x, y, z 座標空間の中に示す。この図の主要点の座標値は式(1)で与えられる。ここに、 t は可変パラメータで3-DMASE の剛体移動量(並進量と回転量)を表す。尚、 $t=0$ の状態を便宜上、「基準状態」と名づけておく。

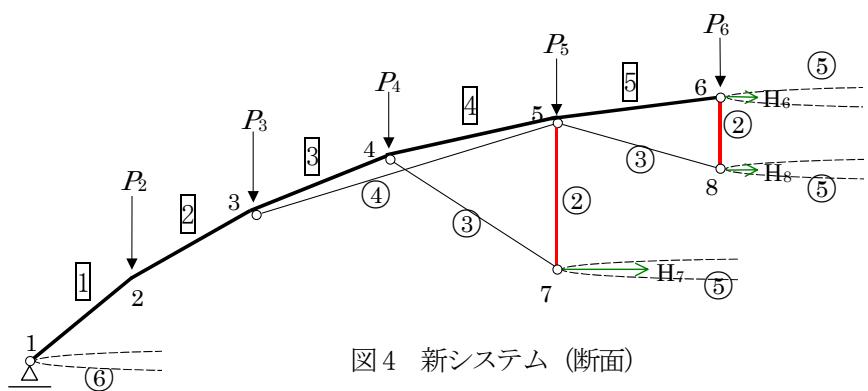


図4 新システム(断面)

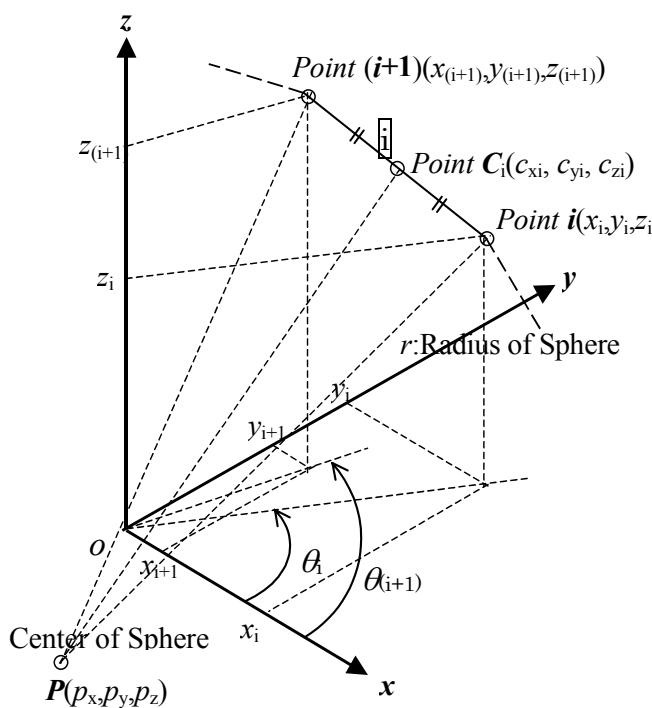


図5 主要点の空間座標

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{cases} r \frac{\sin \varphi \left\{ \cos t + \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right) \tan \theta_i \sin t \right\}}{1 + \cos^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right) \tan^2 \theta_i} \\ \tan \theta_i x_i \\ r - \tan \left(\frac{\varphi}{2} \right) x_i \end{cases} \quad \dots\dots (1)$$

$$\begin{pmatrix} c_{xi} \\ c_{yi} \\ c_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_i + x_{(i+1)}}{2} \\ \frac{y_i + y_{(i+1)}}{2} \\ \frac{z_i + z_{(i+1)}}{2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \frac{\sin \varphi (\cos t - 1)}{2} \\ \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right) \sin t \\ \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right) (1 - \cos t) \end{pmatrix}$$

図6は局所座標系、全体座標系における3つの互いに直交する単位ベクトル \vec{e}_k^i ($k=1, 2, 3$)、 \vec{E}_k^i ($k=1, 2, 3$) を示し、これらのベクトルの要素は式(2)によって求められる。このように定めると、局所座標系から全体座標系への座標変換マトリクスは式(3)で求められる。この式(3)を用いて、局所系の要素 i の剛性マトリクスを要素 i の全体座標系における剛性マトリクスに変換し、これらを重ね合わせて一本の3-DMASE の全体座標系における剛性マトリクスを得る。さら

$$\begin{aligned}
 \vec{e}_1^i &= \frac{1}{l_i} (x_{(i+1)} - x_i, y_{(i+1)} - y_i, z_{(i+1)} - z_i) \\
 \vec{e}_3^i &= \frac{1}{s_i} (p_x - c_{xi}, p_y - c_{yi}, p_z - c_{zi}) \\
 \vec{e}_2^i &= \vec{e}_3^i \times \vec{e}_1^i \\
 l_i &= \sqrt{(x_{(i+1)} - x_i)^2 + (y_{(i+1)} - y_i)^2 + (z_{(i+1)} - z_i)^2} \\
 s_i &= \sqrt{(p_x - c_{xi})^2 + (p_y - c_{yi})^2 + (p_z - c_{zi})^2} \\
 \vec{E}_1^i &= \left(-\frac{x_i}{R_i}, -\frac{y_i}{R_i}, 0 \right) \quad \vec{E}_1^{(i+1)} = \left(-\frac{x_{(i+1)}}{R_{(i+1)}}, -\frac{y_{(i+1)}}{R_{(i+1)}}, 0 \right) \\
 R_i &= \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \quad R_{(i+1)} = \sqrt{x_{(i+1)}^2 + y_{(i+1)}^2} \\
 \vec{E}_2^i &= \left(-\frac{y_i}{R_i}, \frac{x_i}{R_i}, 0 \right) \quad \vec{E}_2^{(i+1)} = \left(-\frac{y_{(i+1)}}{R_{(i+1)}}, \frac{x_{(i+1)}}{R_{(i+1)}}, 0 \right) \\
 \vec{E}_3^i &= (0, 0, -1) \quad \vec{E}_3^{(i+1)} = (0, 0, -1)
 \end{aligned}
 \quad \text{.....(2)}$$

$$[T]_i = \begin{bmatrix} [T_1]_i & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [T_1]_i & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [T_2]_i & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [T_2]_i \end{bmatrix} \quad \text{.....(3), ここに,}$$

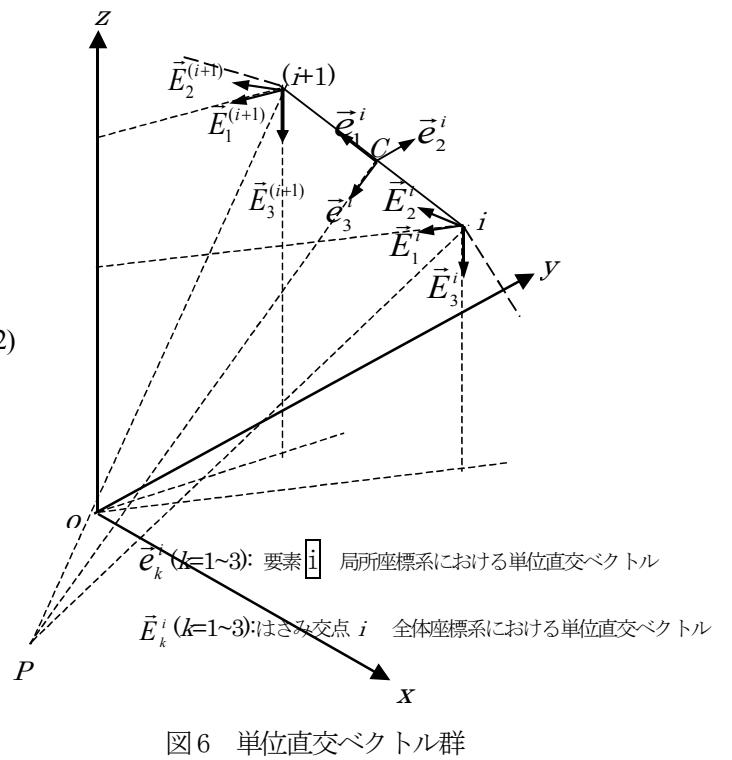


図6 単位直交ベクトル群

$$[T_1]_i = \begin{bmatrix} \vec{e}_1^i \cdot \vec{E}_1^i & \vec{e}_1^i \cdot \vec{E}_2^i & \vec{e}_1^i \cdot \vec{E}_3^i \\ \vec{e}_2^i \cdot \vec{E}_1^i & \vec{e}_2^i \cdot \vec{E}_2^i & \vec{e}_2^i \cdot \vec{E}_3^i \\ \vec{e}_3^i \cdot \vec{E}_1^i & \vec{e}_3^i \cdot \vec{E}_2^i & \vec{e}_3^i \cdot \vec{E}_3^i \end{bmatrix}, \quad [T_2]_i = \begin{bmatrix} \vec{e}_1^i \cdot \vec{E}_1^{(i+1)} & \vec{e}_1^i \cdot \vec{E}_2^{(i+1)} & \vec{e}_1^i \cdot \vec{E}_3^{(i+1)} \\ \vec{e}_2^i \cdot \vec{E}_1^{(i+1)} & \vec{e}_2^i \cdot \vec{E}_2^{(i+1)} & \vec{e}_2^i \cdot \vec{E}_3^{(i+1)} \\ \vec{e}_3^i \cdot \vec{E}_1^{(i+1)} & \vec{e}_3^i \cdot \vec{E}_2^{(i+1)} & \vec{e}_3^i \cdot \vec{E}_3^{(i+1)} \end{bmatrix}$$

に各システムの剛性マトリクスは付加部材の剛性マトリクスを重ねあわせて、各システムの全体座標系における剛性方程式が得られる。ここで、自重モデルの鉛直節点荷重と変位の境界条件を既知として解けば、応力や節点変位が数値的に求められる。なお、新システムにおいては、付帯条件 $H_6, H_7, H_8 \geq 0$ のもとに節点変位の2乗和を極小にする非線形最適化問題とし、Powell's method を用いて数値的に求めた⁴⁾。

4. 数値解析結果

4-1. 解析諸元

3-DMASE の諸元

形状 (図7参照) : $\varphi=45^\circ$, $n=6$, $\theta_1=15^\circ$, $\theta_6=71.25^\circ$, $\Delta\theta=11.25^\circ$

部材情報 : $\lambda_1=200$, $\lambda_2=250$, $\lambda_3=200$ 。各 λ は r/i , ここに i は断面2次半径で $\sqrt{I/A}$. I は断面2次モーメントあるいは捩れ定数, A は断面積。 I と A は一様で全ての要素で同一とする。

鉛直節点荷重分布(図4参照): $P_1=0$, $P_2=P_3=P*1.0$, $P_4=P*0.9$, $P_5=P*0.8$, $P_6=P*0.7$. P は基準荷重の大きさ。

4-2. 付加部材

システムA: 内周及び外周リングの断面積は3-DMASEの A と同じ。

システムB: $t=0$ (基準状態)において、ポストの向きは球面の法線方向と一致する。ポストの長さは $0.175*r$ で不变長、その断面積は $0.4*A$.

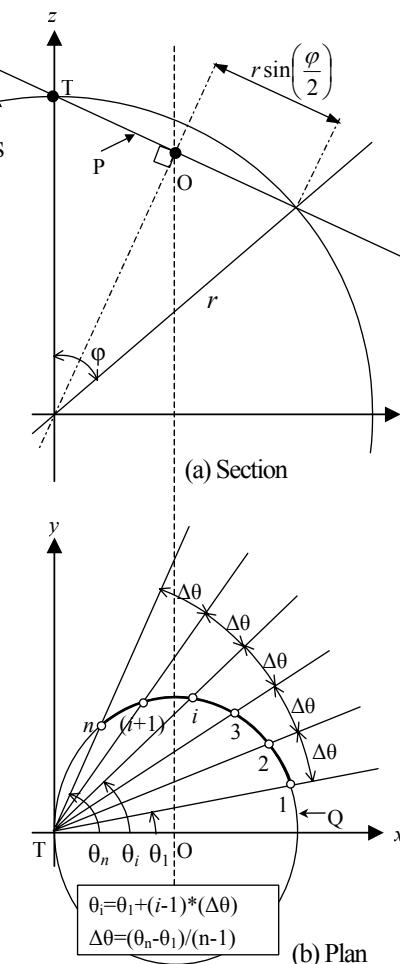


図7 3-DMASE のはさみ交点

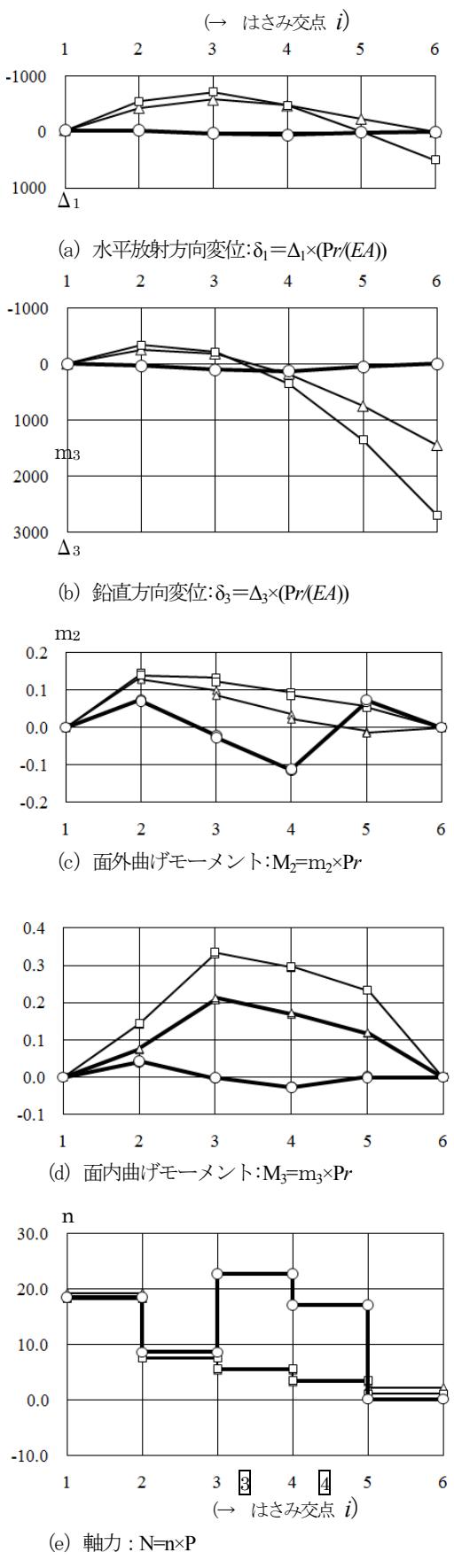


図8 変位・応力の比較

吊り及び控えケーブルの断面積は $0.2*A$ とし、吊りケーブルの長さは不变長、外周ケーブル及びセコンダリー内周リングの断面積は A とする。

新システム: $t=0$ (基準状態)において、2本のポストは垂直とし、その断面積は共に $0.4*A$ とする。内周ポストの長さは $1.5*(z_6-z_8)$ 、セコンダリー内周ポストの長さは $3.0*(z_5-z_7)$ とする。ダイアゴナル・ケーブル、ジグザグ・ケーブル、外周ケーブルの断面積はそれぞれ、 $0.2*A$, $0.4*A$, A とする。ポストとダイアゴナル・ケーブルは不变長。

4-3. 結果

$t=0$ (基準状態)において3つのシステムを比較する。新システムにおいて、水平力 $H_6=0$, $H_7=2.562*P$, $H_8=0$. が非線形計画問題の数値解として得られた。図8(a)(b)(d)を参照して、新システムの節点変位 ($\delta_1=\Delta_1 \times (Pr/(EA))$: 水平放射方向変位, $\delta_3=\Delta_3 \times (Pr/(EA))$: 鉛直方向変位) と面内曲げモーメント ($M_3=m_3 \times Pr$) は A, B システムのそれらに比べると著しく小さい。図8(c)を参照して 節点4において大きな面外曲げモーメント ($M_2=m_2 \times Pr$) が、図8(e)より要素③と④において比較的大きな圧縮軸力 ($N=n \times P$) が、それぞれ生じており、これらは H_7 を通して生ずるダイアゴナル・ケーブルの張力が節点4に作用することと、主構造体と協働して巨視的圧縮リングを構成するジグザグ・ケーブルの張力作用に起因している。

5. おわりに

RLD の3つの構造システムについて自重モード下の軸対称静的構造解析を行い、その力学的性状の比較検討を試みた。その結果、可撓性引張材の長さと張力を制御して構造全体の形状変化を与える新システムは、伸縮圧縮部材を使用するシステム A, B よりも力学的合理性に優ることが数値的に示された。

参考文献

- 1) 粉川 牧, ループ状開閉式ドームの構造・構法システムに関する3つのアイデア, 2010年7月, 日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 83, CD-ROM, pp. 137-138.
- 2) 粉川 牧, ループ状開閉式ドームの構造システム開発(その3) 新システムの概要, 2010年9月, 日本建築学会大会(北陸)学術講演梗概集 CD-ROM, 構造I, 20407, pp. 813-814.
- 3) Richard Buckminster Fuller. ASPENSION (US3139957, Patented, July 7, 1964). INVENTIONS THE PATENTED WORKS OF R. BUCKMINSTER FULLER, pp.201-213, ST. MARTIN'S PRESS. NEW YORK, 1983
- 4) LPG1 Nonlinear programming (Powell's method using function values and its derivatives PP.482-486, SSL2.PDF), FUJITSU SSL II USER'S GUIDE(SCIENTIFIC SUBROUTINE LIBRARY), Fortran&C Academic Package V2.0L.10 B298C3921Z (CD-ROM)

*1 東海大学芸術工学部建築・環境デザイン学科教授・工博